УДК 534.11

**В. М. Козин, В. А. Соловьев, С. И. Сухоруков, Д. А. Орлов**

# К ВОПРОСУ О РАЗРАБОТКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОБЛЕДЕНЕВШЕГО ПРОВОДА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИ ВОЗНИКАЮЩЕЙ СИЛЫ АМПЕРА

Проблема борьбы с обледенением проводов линий электропередач общеизвестна и особенно актуальна в регионах с высокой влажностью и низкими температурами. В целях снижения энергозатрат и сокращения времени отключения для проведения очистки был разработан новый способ удаления гололеда, основанный на применении силы Ампера, периодически действующей на параллельные провода и вызывающей колебания проводов, следствием которых является разрушение слоя льда.

*Ключевые слова:* обледенение проводов, вынужденные колебания, сила Ампера.

**Victor M. Kozin, Vyacheslav A. Soloviev, Sergey I. Sukhorukov, Dmitriy A. Orlov**

**TO THE QUESTION OF THE ELABORATION OF MATHEMATICAL MODEL OF THE FORCED OSCILLATIONS OF ICY WIRES UNDER THE INFLUENCE OF THE RECURRENT ARISING FORCE AMPERE**

(Komsomolsk-on-Amur State Technical University, Komsomolsk-on-Amur)

The problem of deicing wires of power lines is well known and is particularly relevant in areas with high humidity and low temperatures. In order to reduce energy costs and reduce time off for cleaning, a new method for removing ice has been developed. The method is based on the application of Ampere force, periodically acting on parallel wires and cables causing vibrations, which result in the destruction of the ice layer.

*Key words:* icing wires, forced oscillations, force Ampere.

Проблема борьбы с обледенением проводов контактных сетей (КС) и линий электропередач (ЛЭП) общеизвестна и особенно актуальна в регионах с высокой влажностью и низкими температурами. Основным способом удаления льда с проводов КС и ЛЭП на сегодня является плавка

**Козин Виктор Михайлович** — доктор технических наук, профессор, (Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре), e-mail: d.eagle90@mail.ru

**Соловьев Вячеслав Алексеевич** — доктор технических наук, профессор, (Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, г. Комсомольск-на-Амуре), e-mail: d.eagle90@mail.ru

**Сухоруков Сергей Иванович** — аспирант, (Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, г. Комсомольск-на-Амуре), e-mail: d.eagle90@mail.ru

**Орлов Дмитрий Алексеевич** — магистрант, (Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, г. Комсомольск-на-Амуре), e-mail: d.eagle90@mail.ru

*Работа выполнена:*
*— при поддержке Федеральной целевой программы № 2012-1.2.2-12-000-4001-6671;*
*— при поддержке гранта РФФИ (проект № 12-01-31014).*

© Козин В. М., Соловьев В. А., Сухоруков С. И., Орлов Д. А., 2013

льда токами большой величины. При этом расходуется большое количество энергии и требуется отключение линии на длительный срок [1].

В целях снижения энергозатрат и сокращения времени отключения для проведения очистки был разработан новый способ удаления гололеда [2]. Способ основывается на применении силы Ампера, периодически действующей на параллельные провода и вызывающей колебания проводов, следствием которых является разрушение слоя льда.

Для повышения эффективности предлагаемого способа и снижения энергозатрат необходимо, чтобы частота импульсов тока была равна (близка) или кратна собственной частоте колебаний обледеневших проводов, закрепленных на двух соседних опорах. При этом амплитуда колебаний, а, следовательно, и разрушающие воздействия на лед будут возрастать из-за явления резонанса. Также в околорезонансной зоне может происходить потеря устойчивости движения, так называемые «вибрационные скачки» — переход с одной амплитуды на другую [3], что может также производить разрушающее действие на лед. Однако при практическом использовании данного способа необходим тщательный и точный расчет величины и частоты импульсов тока для исключения возможных негативных последствий резонанса.

В качестве упрощенной математической модели вынужденные колебания обледеневшего провода, натянутого в пролете, под действием возникающей силы Ампера были представлены в виде поперечных колебаний стержня малой изгибной жесткости, свободно опертого на несближающиеся опоры, нагруженного периодической равномерно распределенной поперечной нагрузкой [4] (рис. 2).

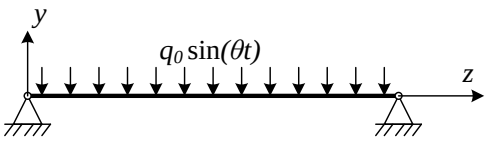


**Рис. 1. Стержень с неподвижными опорами**

Удлинение такого провода при колебаниях составит:

$$\Delta l = \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial y(z,t)}{\partial z}\right)^2 dz, \tag{1}$$

где $l$ — длина провода в пролете; $y(z,t)$ — динамический прогиб; $z$ — продольная координата; $t$ — время.

При этом в проводе возникает цепное усилие, равное:

$$N(t) = \frac{\Delta l(t)}{l} EF = \frac{EF}{2l}\int_0^l \left(\frac{\partial y(z,t)}{\partial z}\right)^2 dz, \tag{2}$$

$$EF = E_{ст}F_{ст}N_{ст} + E_{ал}F_{ал}N_{ал} + E_{Л}F_{Л}, \tag{3}$$

где $E_{ст}$, $E_{ал}$, $E_{Л}$ — модули Юнга стали, алюминия и льда соответственно; $F_{ст}$, $F_{ал}$ — площади поперечного сечения одной стальной и одной алюминиевой проволоки соответственно; $F_{Л}$ — площадь поперечного сечения слоя льда; $N_{ст}$ — количество стальных проволок в проводе; $N_{ал}$ — количество алюминиевых проволок в проводе.

Уравнение, описывающее вынужденные колебания стержня:

$$EI_X \frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4} - \frac{EF}{2l}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}\int_0^l \left(\frac{\partial y(z,t)}{\partial z}\right)^2 dz + \rho F \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = q_0 \sin(\theta t), \tag{4}$$

где $EI_X$ — малая изгибная жесткость провод; $\rho$ — массовая плотность; $q_0$ — амплитудное значение действующей на провод нагрузки (максимальное значение силы Ампера); $\theta$ — частота вынуждающей нагрузки.

Для рассматриваемого нами шарнирно опертого стержня форма собственных колебаний может быть принята в виде $Z_n(z) = \sin\left(\frac{n\pi z}{l}\right)$.

Тогда динамический прогиб запишем в виде:

$$y_n(z,t) = Z_n(z)\sin(\theta t) = A\sin(\theta t)\sin\left(\frac{n\pi z}{l}\right), \tag{5}$$

где $A$ — амплитуда колебаний провода.

Подставляя (6) в (5) с учетом $n = 1$, после выполнения ряда преобразований получаем:

$$\begin{gathered} EI_X A\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \sin(\theta t)\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) + \frac{EF}{4}A^3\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \sin^3(\theta t)\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) - \\ - \rho F\theta^2 A\sin(\theta t)\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) = q_0 \sin(\theta t). \end{gathered} \tag{6}$$

Представим нагрузку $q_0$ в виде:

$$q_0 = q\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right). \tag{7}$$

Умножим обе части уравнения 7 на $\sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)$ и, выполнив интегрирование в заданных пределах, получим:

$$\int_0^l q_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)dz = \int_0^l q\sin^2\left(\frac{\pi z}{l}\right)dz, \tag{8}$$

$$\int_0^l q_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)dz = \frac{l}{2}q. \tag{9}$$

Откуда выразим $q$:

$$q = \frac{2}{l}\int_0^l q_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)dz = \frac{2}{l}q_0\frac{l}{\pi}(-\cos(\pi) + \cos(0)) = \frac{4q_0}{\pi}. \tag{10}$$

Уравнение (7) решаем с помощью метода Бубнова-Галеркина.

В результате получим:

$$EI_X A\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 + \frac{3EF}{16}A^3\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \rho F\theta^2 A - \frac{4q_0}{\pi} = 0 \cdot \qquad (11)$$

Для выявления качественных свойств решения кубического уравнения (11) можно воспользоваться графическим способом; по своей наглядности он превосходит аналитическое решение.

В результате зависимость амплитуды $A$ от частоты вынуждающей нагрузки $\theta$ имеет форму, показанную на рис. 2. При повышении частоты $\theta$ будет повышаться амплитуда колебаний до тех пор, пока уравнение (11) не станет иметь два или три действительных корня. При частотах, при которых уравнение (11) имеет более одного действительного корня, будут происходить скачкообразные изменения амплитуды колебаний провода — так называемый «срыв колебаний», который также может производить разрушающее действие на лед.

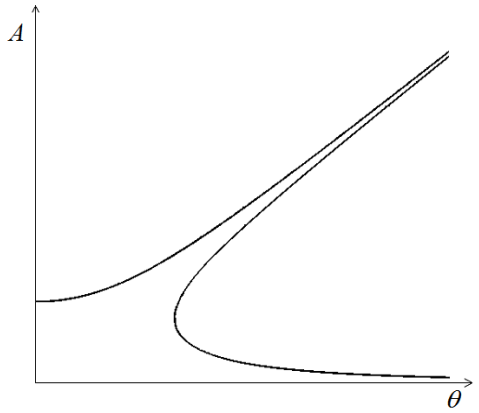


**Рис. 2. Общий вид зависимости амплитуды $A$ колебаний от частоты импульсов тока**

Изгибное напряжение $\sigma_{изгЛ}$, возникающее во льду, равно:

$$\sigma_{изгЛ} = \frac{32M(z,t)}{\pi d^3}, \qquad (12)$$

где $d$ — внешний диаметр слоя льда; $M(z,t)$ — изгибающий момент, определяемый по формуле (14):

$$M(z,t) = EI_X \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2} = EI_X A\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)\sin(\theta t) \cdot \qquad (13)$$

Таким образом, изгибное напряжение, возникающее во льду равно:

$$\sigma_{изгЛ} = \frac{32 * EI_X A\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)\sin(\theta t)}{\pi d^3}. \qquad (14)$$

Кроме изгибного, во льду возникает напряжение, обусловленное растяжением $\sigma_{растЛ}$, равное:

$$\sigma_{растЛ} = \frac{N(t)}{F_{ОП}}, \tag{15}$$

где $F_{ОП}$ — площадь поперечного сечения обледеневшего провода.

Получаем:

$$N(t) = \frac{EF}{4} A^2 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin^2(\theta t) \cdot \tag{16}$$

Подставляя 16 в 15, получаем выражение для напряжения, возникающего при растяжении:

$$\sigma_{растЛ} = \frac{EF}{4F_{ОП}} A^2 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin^2(\theta t) \cdot \tag{17}$$

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет определить напряжения, возникающие при растяжении и при изгибе во льду при колебаниях провода.

Зная требуемую величину напряжений в проводе, необходимую для разрушения льда, можно определить требуемую силу воздействия на провод и в конечном итоге найти параметры электрических сигналов, создающие данное усилие.

Следует отметить, что на данном этапе рассматривалась задача расчета колебаний только в плоскости действия вынуждающей нагрузки, что позволило получить приближенную модель. В дальнейшем данная модель будет совершенствоваться.

## Список литературы


1. Борьба с гололедом — Эксплуатация воздушных линий электропередачи // Энергетика: оборудование, документация. URL: http://forca. ru/instrukcii-po-ekspluatacii/vl/ekspluataciya-vozdushnyh-linii-elektroperedachi_4.html (дата обращения 21.12.2012).
2. Пат. 2442256 C1 Российская Федерация, МПК H 02 G 7/16. Способ удаления обледенения с проводов линий электропередач / Козин В. М., Соловьев В. А., Орлов Д. А., Сухоруков С. И., Малых К. С.; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет». № 2010144485/07; заявл. 29.10.2010; опубл. 10.02.2012, Бюл. № 4; 4 с.
3. *Биргер И. А., Пановко Я. Г.* Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 3. М.: «Машиностроение», 1968. 567 с.
4. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний. Л.: Наука, 1989. 252 с.


* * *