

УДК 519.246.8

К. В. Шлюфман

О ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ НА ФОНЕ БЕЛОГО ГАУССОВА ШУМА

В рамках аддитивной двухкомпонентной модели, содержащей «полезную составляющую» реализацию некоторого класса шумов рассмотрена задача обнаружения гармонической составляющей на фоне белого шума. Выполненное имитационное моделирование позволило охарактеризовать и аппроксимировать зависимость вероятности пропуска гармонической составляющей от объема выборки временного ряда, соотношения сигнал шум и уровня значимости, используемого в алгоритме решения задачи обнаружения, критерия согласия. Показано, что при увеличении длины временного ряда дисперсия оценки вероятности пропуска гармонической составляющей имеет тенденцию к убыванию.

Ключевые слова: Задача обнаружения гармонической составляющей, статистический критерий, спектральная плотность мощности, вероятность пропуска гармонической составляющей.

Konstantin V. Shlufman. ON THE PROBLEM OF DETECTING HARMONICS IN WHITE GAUSSIAN NOISE CARPI FEB RAS (Far Eastern State Academy for Social and Humanity Studies)

As part of the additive component model containing a "useful component of the" realization of a certain class of noise, the problem of detection of the harmonic component in white noise. Performed simulation has allowed to characterize and approximate the probability pass harmonic component of the sample size of time-series signal to noise ratio and the significance level used in the algorithm for solving the problem of detection, the criterion consent. It is shown that by increasing the length of time series variance of the probability of crossing the harmonic component has a tendency to decrease.

Keywords: Problem of signal detection harmonic component, statistical test, power spectral density, probability of missing a harmonic component.

Рассмотрим двухкомпонентную модель временного ряда $\{v_i\}_{i=1}^N$, аддитивно включающую «полезную составляющую» $\{s_i\}_{i=1}^N$ и реализацию $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ некоторого класса шумов ξ : $v_i = s_i + \xi_i$. В данной работе «полезная составляющая» $\{s_i\}_{i=1}^N$ временного ряда моделируется гармонической функцией от времени:

$$s_j = \rho \cdot \cos(2\pi\lambda j), \quad j = 1, \dots, N. \quad (1)$$

где ρ и λ - соответственно амплитуда и частота колебаний гармонической функции, j - номер отсчета во времени (период дискретизации во времени равен 1), и в качестве шумовой составляющей ξ используется модель белого шума:

$$\xi_j \in N(\mathbf{0}, \sigma_\xi^2), \quad j = 1, \dots, N, \quad \mathbf{K}_\xi = \sigma_\xi^2 \mathbf{E}.$$

где σ_ξ^2 - дисперсия нормально распределенной величины ξ_j , \mathbf{K}_ξ - корреляционная матрица реализации шумовой составляющей, \mathbf{E} - единичная матрица.

В рамках указанной модели задача обнаружения заключается в проверке статистической гипотезы о том, что «полезная составляющая» существенно не сказывается на динамике временного ряда при заданном уровне значимости, т.е. роль «полезной составляющей» $\{s_i\}_{i=1}^N$ в формировании временного ряда $\{v_i\}_{i=1}^N$ является несущественной. Иными словами, в качестве основной должна быть проверена гипотеза H_0 о том, что временной ряд $\{v_i\}_{i=1}^N$ представляет собой реализацию $\{s_i\}_{i=1}^N$ белого шума $\{v_i = \xi_i\}_{i=1}^N$. Альтернативная гипотеза H_1 заключается в предположении о том, что ряд $\{v_i\}_{i=1}^N$ является реализацией суперпозиции гармонической функции и реализации белого шума.

Для решения поставленной задачи использован алгоритм, представленный в статье [5]. Очевидно, что решение о наличии «полезной составляющей» (γ_1) или об её отсутствии (γ_0) не является абсолютным, а имеет определенные вероятностные характеристики. Наиболее важными из них являются:

1) вероятность ложной тревоги $\mathbf{P}\{\gamma_1|H_0\}$, определяемая ситуациями принятия решения γ_1 (наличие «полезной составляющей») при справедливой гипотезе H_0 ;

2) вероятность пропуска «полезной составляющей» $\mathbf{P}\{\gamma_0|H_1\}$, характеризующая ситуации принятия решения γ_0 (отсутствие «полезной составляющей») при справедливой гипотезе H_1 .

Заметим, что из очевидной связи вероятности принятия правильного решения $\mathbf{P}\{\gamma_1|H_1\}$ и вероятности ошибки второго рода $\mathbf{P}\{\gamma_0|H_1\}$ вытекает соотношение

$$\mathbf{P}\{\gamma_0|H_1\} = 1 - \mathbf{P}\{\gamma_1|H_1\}. \quad (2)$$

Соотношение (2) позволяет по значению $P\{\gamma_1|H_1\}$ определять вероятность ошибки второго рода $P\{\gamma_0|H_1\}$. Поэтому в дальнейшем без потери общности будет исследоваться вероятность $P\{\gamma_1|H_1\}$.

Рассмотрим в указанной выше модели вероятность ошибки второго рода $P\{\gamma_0|H_1\}$. Это вероятность принятия в рассматриваемой задаче решения γ_0 о том, что роль «полезной составляющей» является несущественной при справедливости гипотезы H_1 о существенности этой роли.

Если справедлива гипотеза H_1 , то в динамике временного ряда сказывается влияние «полезной составляющей» $\{s_i\}_{i=1}^N$, которая участвует в формировании значений временного ряда $\{v_i\}_{i=1}^N$. Оценить это участие можно с помощью соотношения сигнал/шум d [2], [3]. Тогда для выборки конечной длины вероятность $P\{\gamma_1|H_1\}$ является статистикой, зависящей от трех параметров: длины временного ряда N ; соотношения сигнал/шум d ; уровня значимости α критерия χ^2

$$P\{\gamma_1|H_1\} = P(N, d, \alpha). \quad (3)$$

Зависимость $P(N, d, \alpha)$ была исследована с помощью метода имитационного моделирования.

В рассматриваемой задаче реализация метода имитационного моделирования содержит следующие этапы:

- выбор значения параметров модели «полезная составляющая»/шум $(y_1^N - \{s_j + \xi_j\}_{j=1}^N)$;
- генерация серии реализаций модели «полезная составляющая»/шум y_1^N ;
- проверка основной гипотезы H_0 для каждой реализации сгенерированной серии с помощью процедуры обнаружения (при выбранном значении α);
- оценка вероятности принятия решения $\gamma_1|H_1$ по каждой серии реализаций;
- анализ зависимости вероятности принятия решения $P\{\gamma_1|H_1\}$ от длины временного ряда N и от соотношения сигнал/шум d при выбранных уровнях значимости α ;

Рассмотрим детальнее первый этап имитационного моделирования.

Для каждой случайной реализации $y_1^N - \{s_j + \xi_j\}_{j=1}^N$ задаются значения

параметров ρ и σ_ξ^2 . В рамках подхода, основанного на использовании функции правдоподобия можно показать, что вероятность обнаружения гармонической функции зависит от соотношения сигнал/шум d , где в соответствии с [3]

$$d = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_\xi^2}, \quad (4)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(s_j - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k \right)^2. \quad (5)$$

Для гармонической функции (1) выражение (5) можно упростить (см. [1]) и записать в следующем виде

$$\sigma_s^2 \approx \frac{\rho^2}{2}.$$

Тогда соотношение сигнал/шум (4) преобразуется к виду [4]

$$d = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_\xi^2} \approx \frac{\rho^2}{2\sigma_\xi^2}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что изменяя либо значение амплитуды ρ при фиксированной дисперсии модельного шума, либо значение дисперсии модельного шума при фиксированном значении амплитуды ρ , можно получить желаемое изменение соотношения сигнал/шум d . Поскольку обе указанные возможности равносильны, то в настоящей работе был принят просто реализуемый вариант: изменение значения фактора d обеспечивалось путем варьирования значения амплитуды ρ , при том, что значение дисперсии шумовой составляющей было зафиксировано $\sigma_\xi = 1$.

Тогда из (6) следует соотношение:

$$\rho \approx \sqrt{2d},$$

позволяющее определять значение амплитуды ρ , соответствующее задаваемому отношению сигнал/шум d . В данном исследовании значения d задавались в пределах от 1 до 4.

Так как выбранная модель «полезной составляющей» (1) является периодической функцией, то представляет интерес исследовать зависимость вероятности $\mathbf{P}\{x_1|H_1\}$ от длины временного ряда N с учетом длины периода гармонической функции (1). Пусть длина периода колебаний составляет 48 отсчетов. В этом случае значение частоты колебаний функции (1) $\lambda = 0.020833$. При описываемом имитационном моделировании длина временного ряда N задавалась в пределах от 48 до 600 значений.

Искомая зависимость $\mathbf{P}(N, d, \alpha)$ исследуется при двух наиболее часто используемых на практике уровнях значимости критерия χ^2 : $\alpha = 0.1$ и $\alpha = 0.05$.

Охарактеризуем основные этапы имитационного моделирования.

В имитационном моделировании оценка значений вероятности $P\{\chi_1|H_1\}$ на заданных интервалах значений факторов N и d выполнялась следующим образом. С фиксированным шагом (для N шаг $\Delta N=12$, а для d - $\Delta d=0.1$) брались значения N и d . Для компактности следующий записей множества взятых значений факторов N и d обозначим соответственно \mathbf{N} и \mathbf{d} ($\mathbf{N} = \{48, 60, \dots, 600\}$; $\mathbf{d} = \{0.1, 0.2, \dots, 4\}$). Для каждого сочетания значений N и d ($(N, d) \in \mathbf{N} \times \mathbf{d}$) формировались серия, включающая 200 реализаций вида $y_1^N = \{y_j = \rho \cdot \cos(2\pi \lambda j) + \xi_j\}_{j=1}^N$. По каждой серии реализаций проводился подсчет числа $N_{\chi_1|H_1}(N, d, \alpha)$ принятых решений $\chi_1|H_1$ с помощью алгоритма обнаружения. При этом величина

$$P(N, d, \alpha) = \frac{N_{\chi_1|H_1}(N, d, \alpha)}{200}$$

использована в качестве оценки вероятности $P\{\chi_1|H_1\}$.

Полученные таким образом оценки вероятностей обнаружения гармонической функции $P\{\chi_1|H_1\}$ в зависимости от длины временного ряда N и от величины соотношения сигнал/шум d приведены на рисунках 1 и 2. Градация яркости серой шкалы рисунков соответствует значениям оценок вероятностей $P(N, d, \alpha)$ следующим образом: 1 - $P(N, d, \alpha) \geq 0.99$; 2 - $0.95 \leq P(N, d, \alpha) < 0.99$; 3 - $0.9 \leq P(N, d, \alpha) < 0.95$; 4 - $0.8 \leq P(N, d, \alpha) < 0.9$; 5 - $0.7 \leq P(N, d, \alpha) < 0.8$; 6 - $P(N, d, \alpha) \leq 0.7$. Сплошными линиями представлены изолинии фиксированных значений оценок вероятностей $P(N, d, \alpha)$, равные 0.99, 0.95, 0.9, 0.8 и 0.7.

Из рисунков 1 и 2 видна отчетливая тенденция зависимости построенных изолиний, каждая из которых в отдельности может быть рассмотрена как оценка соотношения значений сигнал/шум d и длины временного ряда N при фиксированных значениях вероятности $P(N, d, \alpha)$ и уровня значимости α критерия χ^2 .

По результатам имитационного моделирования можно аналитически представить зависимость (3) вероятности принятия правильного решения $P\{\chi_1|H_1\}$ от величины соотношения сигнал/шум d и от длины временного ряда N при уровне значимости критерия согласия α

$$P\{\chi_1|H_1\} = P(N, d, \alpha). \quad (7)$$

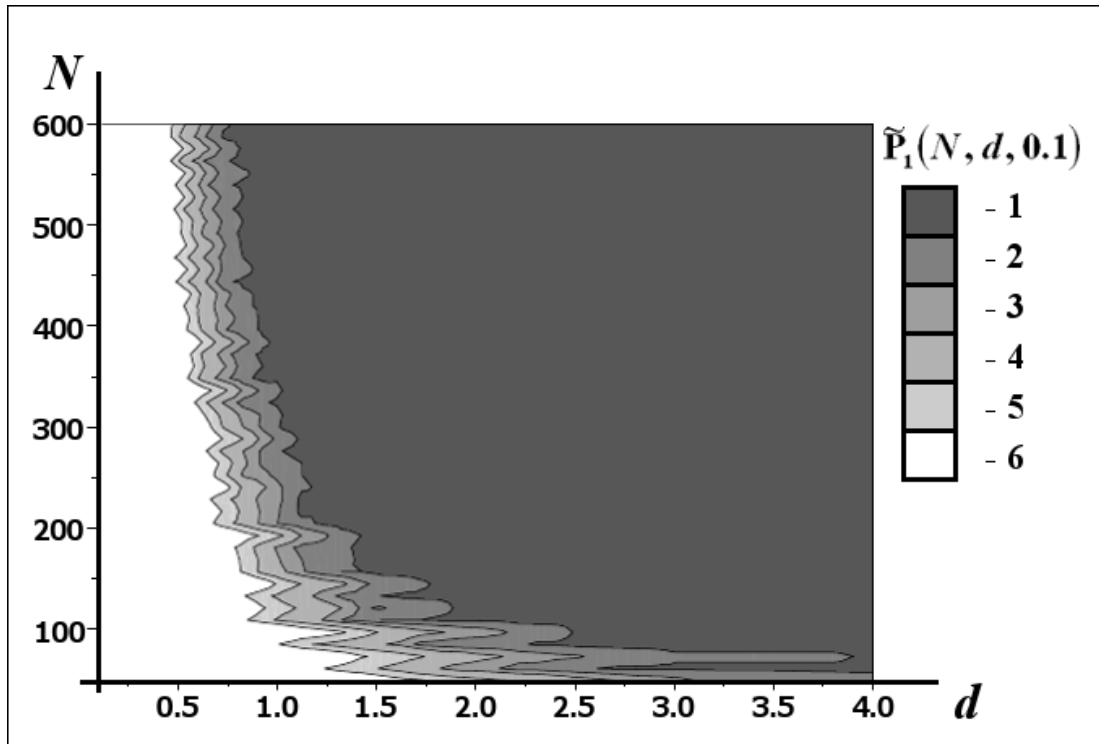


Рис. 1. Изолинии оценок вероятностей $\tilde{P}(N, d, 0.1)$ обнаружения гармонической функции (ссылка на формулу) в зависимости от длины временного ряда N и от величины соотношения сигнал/шум d при $\alpha = 0.1$

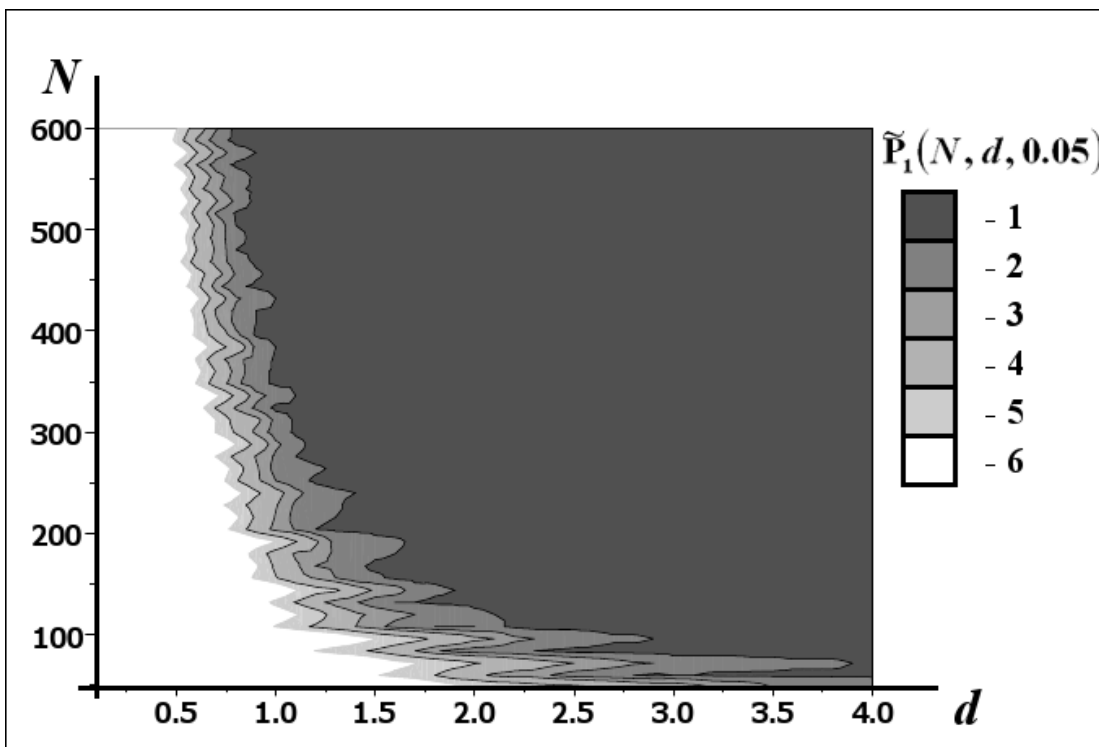


Рис. 2. Изолинии оценок вероятностей $\tilde{P}(N, d, 0.05)$ обнаружения гармонической функции (ссылка на формулу) в зависимости от длины временного ряда N и от величины соотношения сигнал/шум d при $\alpha = 0.05$

Для компактности следующих записей введём обозначение $p = P\{v_1|H_1\}$.

Предположим, что из зависимости (7) можно получить выражение для параметра d :

$$d = D(N, p, \alpha). \quad (8)$$

Тогда можно представить аналитически зависимость (8) на диапазоне значений $p \in [0.7, 0.99]$.

Для этого сначала рассмотрим изолинии (рис. 1, 2) полученных оценок вероятностей обнаружения гармонической функции для фиксированных значений вероятностей p^* из диапазона $\Pi = [0.7, 0.99]$, взятых с шагом 0.01. Таким образом, $p^* \in \{0.70, 0.71, \dots, 0.99\}$.

Изолинии полученных оценок вероятностей обнаружения соответствующие значениям $p^* \in \Pi$ обозначим $p^* = P(N, d, \alpha)$. Заметим, что некоторые из указанных изолиний для части значений p^* (0,70, 0,80, 0,90, 0,95, 0,99) представлены на рисунках 1 и 2.

Затем для каждого значения вероятности $p^* \in \Pi$ получим оценки зависимости (8), используя линейную интерполяцию, по двум ближайшим друг к другу значениям d_1 и d_2 , удовлетворяющим условию $P(N, d_1, \alpha) \leq p^* \leq P(N, d_2, \alpha)$. Интерполяция осуществлялась по формуле

$$d = D(N, p^*, \alpha) = d_1 - (d_1 - d_2) \cdot \frac{P(N, d_1, \alpha) - p^*}{P(N, d_1, \alpha) - P(N, d_2, \alpha)},$$

где $N \in \mathbb{N}$, $D(N, p^*, \alpha)$ - обозначение оценки.

Заметим, что при выбранном уровне значимости α и фиксированном значении вероятности p^* величина параметра d , согласно (8), зависит только от длины временного ряда N . В таком случае используется краткое обозначение оценки зависимости (8): $\tilde{d}_{p^*, \alpha}(N) = D(N, p^*, \alpha)$.

Формы изолиний на рис. 1, 2 $p^* = P_1(N, d, \alpha)$ и характер расположения точек на корреляционном поле (N, d) (рис. 3) для заданных значений p^*, α позволяют предположить, что зависимость (8) может быть аппроксимирована степенной функцией

$$D(N, p, \alpha) = a \cdot N^{-b}, \quad (9)$$

где параметр a зависит от выбора значений вероятности p и уровня значимости критерия согласия Пирсона α , т.е. $a = a(p, \alpha)$. При этом показатель степени $b > 0$ предполагается постоянным.

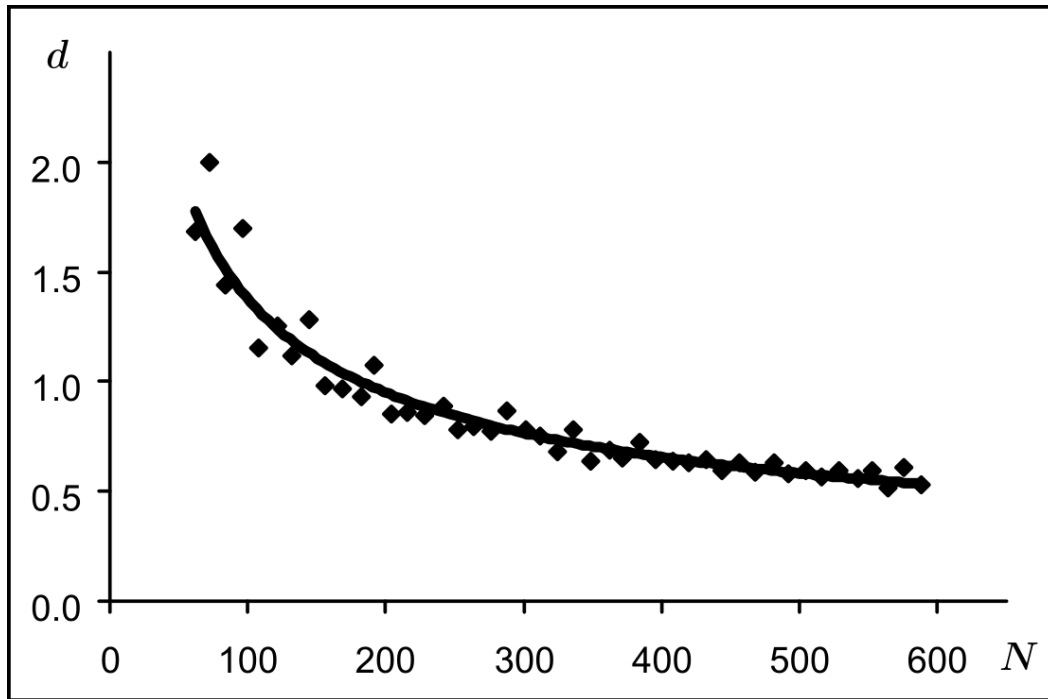


Рис. 3. Корреляционное поле полученных при моделировании оценок зависимости $d = D(N, 0.88, 0.1)$ на рассматриваемом диапазоне значений длины временного ряда N . Сплошной линией показан график функции

$$d = D(N, 0.88, 0.1) \quad (\tilde{b} = 0.5, \bar{a}(0.88, 0.1) = 13.611)$$

Оценим значение параметра b зависимости (9). В качестве значения параметра b выбрано такое оптимальное значение \tilde{b} , которое минимизирует значение суммы квадратов отклонений значений $D(N, p^*, \alpha)$ от соответствующих значений оценок $\hat{D}(N, p^*, \alpha)$ при всех значениях вероятности $p^* \in \Pi$ и при обоих рассматриваемых уровнях критерия согласия $\alpha \in \{0.1, 0.05\}$ одновременно

$$\tilde{b} = \arg \min_{b \in (0, 1)} \sum_{\alpha \in \{0.1, 0.05\}} \sum_{p^* \in \Pi} \sum_{N \in N} [D(N, p^*, \alpha) - \hat{D}(N, p^*, \alpha)]^2. \quad (10)$$

Значение показателя b последовательно выбирались из интервала $(0, 1)$ с шагом 0.01. Для вычисления тройной суммы в (10) при каждом сочетании значения p^* , α , и варьируемого параметра b параметр $a(p^*, \alpha)$ оценивался методом наименьших квадратов (МНК). Обозначим: вектор \mathbf{X} , полученный из элементов множества N возведенных в выбранное значение показателя $-b$: $\mathbf{X}_b^T = (48^{-b}, 60^{-b}, \dots, 600^{-b})$, где T - операция транспонирования; вектор $\mathbf{D}^T = (\hat{d}_{p^*, \alpha}(48), \hat{d}_{p^*, \alpha}(60), \dots, \hat{d}_{p^*, \alpha}(600))$. Тогда оценка значения параметра $a(p^*, \alpha)$ с помощью МНК вычисляется по формуле

$$a(p^*, \alpha) = (\mathbf{X}_b^T \cdot \mathbf{X}_b)^{-1} \cdot \mathbf{X}_b^T \cdot \mathbf{D},$$

где $a(p^*, \alpha)$ означают вычисленные оценки параметра $a(p^*, \alpha)$, $p^* \in \Pi$, $\alpha \in \{0.1, 0.05\}$.

В результате минимизации (10) были получены оптимальное значение показателя $\tilde{b} = 0.5$ и соответствующие ему оценки параметра $a(p^*, \alpha)$ для всех сочетаний $p^* \in \Pi$ и значений $\alpha \in \{0.1, 0.05\}$.

Иллюстрацией адекватности выбора вида зависимости (9) служит рис. 3. Точками отмечены оценки $D(N, p^*, \alpha)$, полученные при имитационном моделировании, а сплошной линией – график аппроксимирующей функции $d = D(N, p^*, \alpha)$ для значений $p^* = 0.88$ и $\alpha = 0.1$. При этом значения параметров b и a в формуле (9) равны соответственно $\tilde{b} = 0.5$, $\tilde{a} = 13.611$.

Заметим (рис. 3), что увеличение длины временного ряда N уменьшает локальные отклонения оценок $D(N, 0.88, 0.1)$ относительно выбранной зависимости (8). Аналогичная картина наблюдается для всех рассматриваемых значений вероятности p и уровней значимости α . Как известно, уменьшение дисперсии оценки, относительно некоторой искомой не известной величины, означает состоятельность оценки. Таким образом, оценки вероятности обнаружения гармонической функции $P\{\chi_1|H_1\}$ и вероятности её пропуска $P\{\chi_0|H_1\}$, полученные в ходе имитационного моделирования, являются состоятельными.

Далее исследовалось аналитическое выражение зависимости $a(p, \alpha)$ от p и α в аппроксимации (9) в виде

$$a(p, \alpha) = m(\alpha) + k(\alpha) \cdot \exp(l - p), \quad (11)$$

где величины $m(\alpha)$ и $k(\alpha)$ зависят от значения уровня значимости критерия согласия α , l - константа.

В качестве оценки l выбрано оптимальное значение \tilde{l} , которое минимизирует значение суммы квадратов отклонений значений аппроксимирующей функции $a(p^*, \alpha)$ от оценочных $a(p^*, \alpha)$ при обоих уровнях значимости α одновременно

$$\tilde{l} = \arg \min_{l \in \mathbb{R}} \sum_{\alpha \in \{0.1, 0.05\}} \sum_{p^* \in \Pi} (a(p^*, \alpha) - \hat{a}(p^*, \alpha))^2 \quad (12)$$

Значение параметра l последовательно выбирались из интервала $(0, 10)$ с шагом 0.01. При этом параметры $m(\alpha)$ и $k(\alpha)$ при каждом значении α и варьируемого параметра l вычислялись методом наименьших квадратов. Обозначим: вектор $Z_l^T = (\exp(l - 0.70), \exp(l - 0.71), \dots, \exp(l - 0.99))$, полученный из преобразованных элементов $p^* \in \Pi$; векторы $\alpha_\alpha = (a(0.70, \alpha), a(0.71, \alpha), \dots, a(0.99, \alpha))$, где

$\alpha \in \{0.1, 0.05\}$, образованные из соответствующих оценок $\bar{a}(p^*, \alpha)$. Тогда оценки параметров $m(\alpha)$ и $k(\alpha)$ с помощью МНК вычислялись по формуле

$$\begin{pmatrix} m(\alpha) \\ k(\alpha) \end{pmatrix} = (\mathbf{Z}_l^T - \mathbf{Z}_l)^{-1} \cdot \mathbf{Z}_l^T \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha.$$

Минимум двойной суммы в (12) был получен при $\bar{l} = 8$, и соответствующие оценки равные $\bar{m}(0.1) = 9.94270$ (при $\alpha = 0.1$) и $\bar{m}(0.05) = 11.78404$ (при $\alpha = 0.05$). Параметр $k(\alpha)$, при обоих значениях уровня значимости критерия согласия α , принял одно и тоже значение 0.00315. Поэтому, можно считать, что параметр $k(\alpha)$ в (11) при рассматриваемых значениях α постоянен, т.е. $k(0.1) = k(0.05) = k = 0.00315$. Тогда выражение (11) примет вид

$$a(p, \alpha) = m(\alpha) + k \cdot \exp(l - p).$$

С учетом полученных значений параметров k , l и $m(\alpha)$

$$a(p, 0.1) = 9.94270 + 0.00315 \cdot \exp(8 - p) \quad (13)$$

и

$$a(p, 0.05) = 11.78404 + 0.00315 \cdot \exp(8 - p). \quad (14)$$

На рис. 4 представлены оценки $\bar{a}(p^*, \alpha)$ полученные при $\alpha \in \{0.1, 0.05\}$ с графиками соответствующих аппроксимирующих функций (13) и (14).

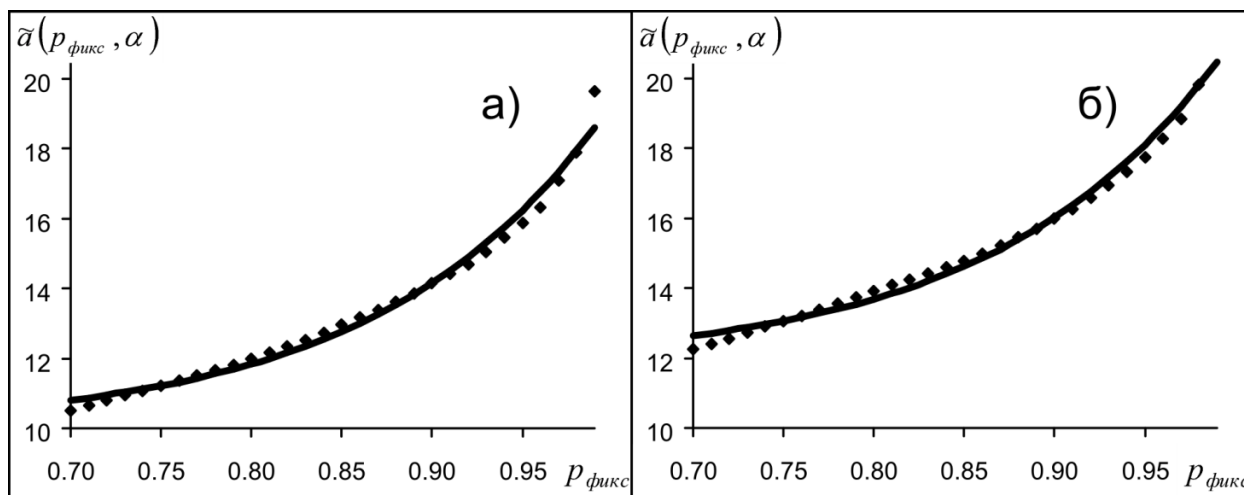


Рис. 4. Корреляционное поле оценок $\bar{a}(p^*, \alpha)$ от $p^* \in \Pi$ при различных уровнях значимости критерия согласия α : а) $\alpha = 0.1$, б) $\alpha = 0.05$. Сплошными линиями показаны графики аппроксимирующих функций: а) (13), б) (14) p^*

Полученные результаты: (9), (11), (13), (14) позволяют записать аппроксимацию (9) для значений $\alpha \in \{0.1, 0.05\}$ в конечном виде

$$d(N, p, 0.1) = (9.94270 + 0.00315 \cdot \exp(8 - p)) \cdot N^{-0.5} \quad (15)$$

и

$$d(N, p, 0.05) = (11.78404 + 0.00315 \cdot \exp(8 - p)) \cdot N^{-0.5} \quad (16)$$

Таким образом, с помощью имитационного моделирования получены выражения (15) и (16) описывающие зависимость (8) при $\alpha=0.1$ и $\alpha=0.05$ соответственно. Из этих выражений и соотношения (2) можно получить аналитическое представление зависимости вероятности принятия правильного решения $P\{\gamma_0|H_1\}$ от величины соотношения сигнал/шум d и от длины временного ряда N при уровне значимости критерия согласия α (7):

для $\alpha=0.1$ и $N > \frac{98.8}{d^2}$

$$P\{\gamma_0|H_1\} = \begin{cases} 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 9.94), & 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 9.94) \geq 0 \\ 0, & 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 9.94) < 0, \end{cases} \quad (17)$$

для $\alpha=0.05$ и $N > \frac{138.8}{d^2}$

$$P\{\gamma_0|H_1\} = \begin{cases} 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 11.78), & 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 11.78) \geq 0 \\ 0, & 0.28 - \frac{1}{8} \cdot \ln(d \cdot N^{0.5} - 11.78) < 0, \end{cases} \quad (18)$$

где $d \in [0, 4]$; $N \in [48, 600]$.

В целом, имитационное моделирование процедуры обнаружения гармонической составляющей на фоне белого шума показывает, что при справедливой основной гипотезе H_1 :

- значение зависимости вероятности пропуска гармонической функции $P\{\gamma_0|H_1\}$ от длины временного ряда N , соотношения сигнал/шум d и уровня значимости α критерия χ^2 может быть аппроксимировано зависимостью вида (17) и (18).

- вероятность принятия правильного решения $P\{\gamma_1|H_1\}$ при наименьшем рассматриваем соотношении сигнал/шум $d=1$ достигает удовлетворительных значений ($P\{\gamma_1|H_1\} > 0.9$) уже при сравнительно небольших N ($N \geq 150$);

- значение дисперсии оценок вероятности $\sigma_{N,d,\alpha}^2(P\{\gamma_1|H_1\})$ с увеличением длины временного ряда N имеет тенденцию уменьшению, что свидетельствует о состоятельности оценок вероятности $P\{\gamma_0|H_1\}$.

Автор выражает благодарность научному руководителю профессору, д.п.н., к.ф.-м.н. Б.Е. Фишману за постоянное внимание, советы и помощь в работе над статьёй.

Литература

1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Перевод с английского Журбенко И.Г. и Носко В.П. под редакцией Беяева Ю.К. М.: Мир, 1976. 757 с.

2. Богданович В. А., Вострецов А. Г. Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. 2-е изд., испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 320 с.

3. Левин Б.Д. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

4. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Перевод с франц. М: Мир, 1983. Т.1. 312 с.

5. Шлюфман К.В., Фишман. Б.Е. К вопросу об обнаружении полезной составляющей временного ряда // Вестник Дальневосточной государственной социально-гуманитарной академии. Естественнонаучные знания. №2(6) 2010. С. 152-165.