

ТЕХНИЧЕСКИЕ, ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

УДК.669.18(083)

В. Н. Антонов, Ф. Г. Ибрагимов

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЗМЕ РАСЩЕПЛЕНИЯ КРУПНОГО ГАЗОВОГО ПУЗЫРЯ ПРИ ПРОДУВКЕ МЕТАЛЛА ГАЗОВОЙ СТРУЕЙ

Статья посвящена актуальной проблеме поведения газов при инъекции порошков газовыми струями в жидкий металл. Рассмотрен один из возможных механизмов расщепления газового пузыря при обтекании его жидкостью. Для решения использовалась задача о безотрывном обтекании шара. Процесс распада газового пузыря представлен в виде образования некоторого количества газовых пузырей, которые образуются из данного с определенным начальным радиусом. В основу рассмотрения положено условие равенства объемов начального большого газового пузыря и образовавшихся мелких пузырей. Кроме того, приведены формулы скорости подъема газовых пузырей в жидкости.

Ключевые слова: газовый пузырь, газовая струя, безотрывное обтекание.

Vyacheslav N. Antonov, Fanil' G. Ibragimov
CONCERNING A MECHANISM OF A GAS BUBBLE SPLITTING
ON GOING OUT OF A TUYERE NOZZLE
(Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk)

The article deals with a relevant problem of a gas behavior during powder injection into a liquid metal with the help of gas flows. One of the possible mechanisms of gas bubble splitting while being flown around by fluid has been examined. A problem of steady flow around the sphere was used to solve this task. A process of gas bubble splitting is represented as a process of forming several smaller bubbles from the given one with a determined initial radius. Equality of volumes of a large gas bubble and small ones formed has been very important for the investigation. Formulas of speed at which gas bubbles rise up in fluid are also given in the article.

Keywords: gas bubble, the gas jet, steady flow around.

Для получения высококачественных сталей в настоящее время широко применяется метод вдувания активными и инертными газами различных порошков в расплав металла. Поэтому рассмотрение гидромеханики

Антонов Вячеслав Николаевич — кандидат технических наук, доцент, (Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова, г. Магнитогорск), e-mail: fantony_55@mail.ru

Ибрагимов Фаниль Габдулович — кандидат технических наук, доцент, (Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова, г. Магнитогорск), e-mail: fantony_55@mail.ru

© Антонов В. Н., Ибрагимов Ф. Г., 2013

поведения газовых пузырей остается актуальной задачей [1].

Рассмотрим процесс образования и подъема газового пузыря при продувке металла. При выходе газа из инжекционной трубы образуется газовый пузырь шаровидной формы. При достижении определённого размера газовый шар отрывается и начинается его подъём. Предположим, что в данное время газовый шар обтекается безотрывно, тогда к данному времени применим теорию безотрывного обтекания шара.

Выпишем основные формулы для безотрывного обтекания шара (2).

Радиальная составляющая скорости шара: $V_r = U \cos \theta \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right)$.

Касательная составляющая скорости: $V_\theta = -U \sin \theta \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{r_0^3}{r^3} \right)$.

На поверхности шара при $r = r_0$:

– радиальная составляющая: $V_r = U \cos \theta \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right) = 0$;

– касательная составляющая: $V_\theta = -U \sin \theta \left(1 + \frac{1}{2} \right) = -\frac{3}{2} U \sin \theta$.

График распределения скорости представлен на рис. 1. Данному распределению скоростей по уравнению Эйлера-Бернулли будет соответствовать распределение давлений, изображённое на рис. 2. Под действием растягивающих давлений газовый пузырь будет растягиваться в экваториальной плоскости, и шар будет принимать форму диска. Для дальнейших расчётов примем следующие геометрические размеры диска: R – основной размер диска; r – радиус закругления. Определим объём диска, его площадь и площадь миделевого сечения.

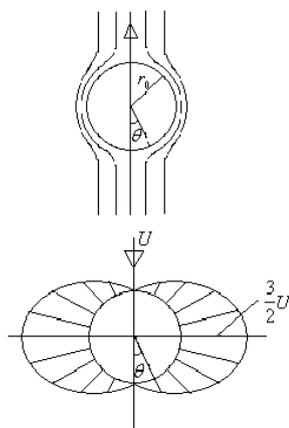


Рис. 1.

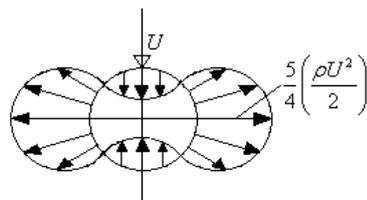


Рис. 2.

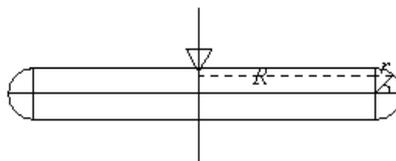


Рис. 3.

Площадь миделевого сечения:

$$S_{mid} = \pi R + r^2 = \pi R^2 \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 = \pi R^2 \left(1 + 2\frac{r}{R} + \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Боковая площадь диска определяется интегралом:

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^{\pi/2} 2\pi(R + r \cos \varphi) 2d\varphi = 4\pi \left(\int_0^{\pi/2} Rr d\varphi + \int_0^{\pi/2} r^2 \cos \varphi d\varphi \right) = \\ &= 4\pi \left(Rr \varphi \Big|_0^{\pi/2} + r^2 \sin \varphi \Big|_0^{\pi/2} \right) = 2\pi^2 Rr + 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Т. е. боковая площадь диска $S = 2\pi^2 Rr + 4\pi r^2$.

Аналогично определяем объём диска ($x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$):

$$\begin{aligned} V &= 2 \int_0^{\pi/2} \pi(R + r \cos \varphi)^2 dy = 2 \int_0^{\pi/2} \pi(R^2 + 2Rr \cos \varphi + r^2 \cos^2 \varphi) r \cos \varphi d\varphi = \\ &= 2\pi \int_0^{\pi/2} (R^2 r \cos \varphi + 2Rr^2 \cos^2 \varphi + r^3 \cos^3 \varphi) d\varphi = \\ &= 2\pi \left(R^2 r \sin \varphi \Big|_0^{\pi/2} + 2Rr^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi d\varphi + 2r^3 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \varphi d\varphi \right). \end{aligned}$$

Вычислим отдельно 2 и 3 интегралы:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi d\varphi &= \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} d\varphi = \left(\frac{1}{2} \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}; \\ \int_0^{\pi/2} \cos^3 \varphi d\varphi &= \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \int_0^{\pi/2} (1 - \sin^2 \varphi) \sin \varphi d\varphi = \left(\sin \varphi - \frac{\sin^3 \varphi}{3} \right) \Big|_0^{\pi/2} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Следовательно, объём диска:

$$V = 2\pi \left(R^2 r + 2Rr^2 \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} r^3 \right) = 2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi}{2} \frac{r}{R} + \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} \right).$$

Зная объём диска и площадь миделевого сечения, запишем установившуюся скорость диска из уравнения движения диска:

$$m_z \frac{dU}{dt} = -C_D S_{mid} \rho_{ж} \frac{U^2}{2} + \rho_{ж} V_g + \rho_{ж} - \rho_{г} V_g \cdot$$

$$U^2 = \frac{2 \rho_{ж} - \rho_{г} V_g}{C_D S_{mid} \rho_{ж}} = \frac{2V_g}{C_D S_{mid}} = \frac{2gV}{C_D S_{mid}} \text{ - (пренебрегаем плотностью газа)}$$

$$U^2 = \frac{2g}{C_D} \frac{2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi}{2} \frac{r}{R} + \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} \right)}{\pi R^2 \left(1 + 2 \frac{r}{R} + \frac{r^2}{R^2} \right)} = \frac{4gr}{C_D} \frac{\left(1 + \frac{\pi}{2} \frac{r}{R} + \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} \right)}{\left(1 + 2 \frac{r}{R} + \frac{r^2}{R^2} \right)} \approx \frac{4gr}{C_D}$$

Рассмотрим давление внутри диска и вне его. Давление внутри диска в районе закруглений $p = p_0 + \rho gh - \alpha/r$. Давление вне диска в районе закругления:

$p = p_0 + \rho gh - \frac{5}{4} \left(\frac{\rho U^2}{2} \right)$. Здесь p_0 – атмосферное давление;

ρgh – давление на глубине; α/r – давление Лапласа; $\frac{5}{4} \left(\frac{\rho U^2}{2} \right)$ – разряжение давления вследствие набора скорости U . Приравнявая их, получаем:

$$\alpha/r = \frac{5}{4} \left(\frac{\rho U^2}{2} \right) = \frac{5\rho}{8} \left(\frac{4g\rho}{C_D} \right). \text{ Или } r^2 = \frac{2C_D \cdot \alpha}{5\rho g}.$$

Т. е. для радиуса закругления диска получаем формулу, не зависящую от скорости $r = \sqrt{\frac{2C_D \cdot \alpha}{5\rho g}}$.

Произведём вычисления по данной формуле:

– для жидкого металла:

$$\rho \approx 7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; g \approx 10 \text{ м/с}^2; \alpha = 1,2 \text{ Н/м}; C_D = 1,1;$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 1,2}{5 \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot 10}} = 2,74 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,74 \text{ мм};$$

$$\text{– для воды: } r = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 0,075}{5 \cdot 10^3 \cdot 10}} = 1,8 \text{ мм};$$

$$\text{установившаяся скорость диска } U_{мет} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 2,7 \cdot 10^{-3}}{1,1}} = 0,31 \text{ м/с};$$

$$\text{для воды } U_{воды} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 1,8}{1,1}} = 0,25 \text{ м/с}.$$

Площадь диска очевидно больше площади шара, из которого он образовался, следовательно, диску энергетически выгоднее будет распаться на сферы.

Оценим радиус полученных газовых сфер, приравнивая объём диска к объёму газовых сфер.

$$\text{Объём диска равен } V = 2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right).$$

$$\text{Боковая площадь диска } S = 2\pi^2 Rr + 4\pi r^2 = 2\pi Rr(\pi + 2r/R).$$

$$\text{Полная площадь диска } S = 2\pi Rr(\pi + 2r/R) + 2\pi R^2.$$

$$\text{Объём } n\text{-газовых сфер } V = n \frac{4\pi}{3} r_0^3.$$

$$\text{Площадь } n\text{-газовых сфер } S = n4\pi r_0^2.$$

Приравнивая данные выражения, имеем

$$\begin{cases} 2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right) = n \frac{4\pi}{3} r_0^3; \\ 2\pi Rr(\pi + 2r/R) + 2\pi R^2 = n4\pi r_0^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right) = n \frac{4\pi}{3} r_0^3 \\ 2\pi R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2} \right) = n4\pi r_0^2 \end{cases}.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим:

$$r \frac{1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2}}{1 + \frac{\pi r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2}} = \frac{r_0}{3}, \text{ при } r/R \approx 0, \quad r = \frac{r_0}{3}, \quad r_0 = 3r.$$

Получили важный результат: радиус образовавшихся пузырьков в три раза больше минимального радиуса закругления. Вычислим радиус образовавшихся пузырьков: $r_0 = 3r = 3 * 2,74 \text{ мм} = 8,22 \text{ мм}$.

Для металла соответственно диаметр $d_0 = 2 * 8,22 = 16,44 \text{ мм} \approx 1,6 \text{ см}$;

для воды: $d_0 = 6r = 6 * 1,8 = 10,8 \text{ мм} \approx 1,1 \text{ см}$.

Подставим данное значение $r_0 = 3r$ в систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right) = n \frac{4\pi}{3} 2r r_0^3 & \text{или} \\ 2\pi R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2} \right) = 2n9r^2 = 18nr^2 \end{cases} \quad \begin{cases} R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right) = 2n9r^2 = 18nr^2 \\ R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2} \right) = 18nr^2 \end{cases}.$$

При $r/R \approx 0$, $R^2 = 18nr^2$.

Рассмотрим равенство объемов начального радиуса R_0 и диска. Получим следующее уравнение: $2\pi R^2 r \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2} \right) = n \frac{4\pi}{3} 2rr^3 = \frac{4\pi}{3} R_0^3$. Тогда

для количества газовых сфер получаем формулу: $n = \frac{R_0^3}{27r^3}$.

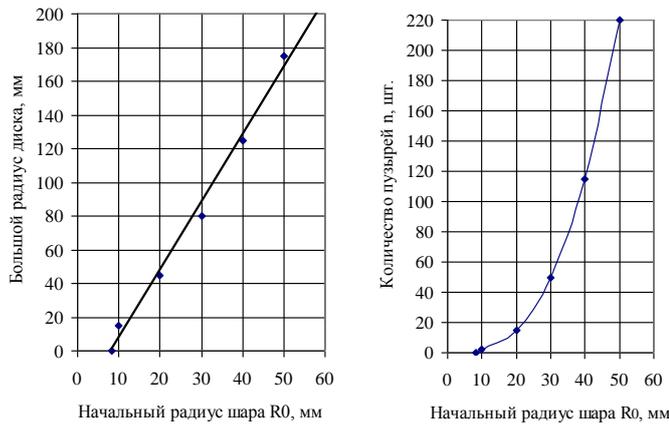
Построим график количества пузырей от начального радиуса R_0 : $R_0 = 10, 20, 30, 40, 50 \text{ мм}$, $r = 2,74 \text{ мм}$.

$$n_{10} = \frac{10^3}{27 \cdot 2,74^3} = 1,8; \quad n_{20} = \frac{20^3}{27 \cdot 2,74^3} = 14,4; \quad n_{30} = \frac{30^3}{27 \cdot 2,74^3} = 48,6;$$

$$n_{40} = \frac{40^3}{27 \cdot 2,74^3} = 115; \quad n_{50} = \frac{50^3}{27 \cdot 2,74^3} = 251,1.$$

$$\text{Большой радиус диска: } R = \sqrt{18^2 r^2 \frac{R_0^3}{27 r^3}} = \sqrt{\frac{2R_0^3}{3r}}.$$

Графики больших размеров диска: $R_{8,22} = 11,6 \text{ мм}$; $R_{10} = 15,6 \text{ мм}$; $R_{20} = 44 \text{ мм}$; $R_{30} = 81 \text{ мм}$; $R_{40} = 124,8 \text{ мм}$; $R_{50} = 174,4 \text{ мм}$; $R_{60} = 229 \text{ мм}$.



Оценим время распада газового пузыря. Для безотрывного обтекания шара уравнения движения будут выглядеть следующим образом: $m_z \frac{dV}{dt} = m_{жс} g = \rho_{жс} g V$; $\rho_z V \frac{dV}{dt} = \rho_{жс} g V$ или $\rho_z a = \rho_{жс} g$, где V — скорость, a — ускорение, $\rho_z, \rho_{жс}$ — плотность газа и жидкости соответственно; g — ускорение свободного падения. $a = \frac{\rho_{жс}}{\rho_z} g$. Скорость $V = at$. Следовательно, время

$$\text{достижения скорости } V = 0,31 \text{ м/с равно: } t = \frac{V}{a} = \frac{V \rho_z}{\rho_{жс} g} = \frac{0,31 * 1,8}{7 * 10^3 * 10} = 8 * 10^{-6} \text{ с,}$$

т. е. практически мгновенно.

Рассмотрим данный процесс с энергетической точки. Предположим, что за это время работа архимедовых сил расходуется на образование новой поверхности. Работа поверхностных сил составит:

$$A_{нов} = \alpha [2\pi R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2}{3} \frac{r^2}{R^2} \right) - 4\pi R_0^2].$$

Работа архимедовых сил:

$$A_{арх} = F_{арх} S = \left(g \rho_{жс} \frac{4\pi}{3} R_0^3 \right) \frac{V^2}{2a} = g \rho_{жс} \frac{4\pi}{3} R_0^3 \frac{V^2 \rho_z}{2 \rho_{жс} g} = \frac{4\pi R_0^3}{3} \left(\frac{\rho_z V^2}{2} \right).$$

Приравнивая данные работы, получим:

$$\alpha[2\pi R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2}\right) - 4\pi R_0^2] = \frac{4\pi R_0^3}{3} \left(\frac{\rho_c V^2}{2}\right);$$

$$2\pi R^2 \left(1 + \frac{\pi r}{2R} + \frac{2r^2}{3R^2}\right) - 4\pi R_0^2 = \frac{4\pi R_0^3}{3} \left(\frac{\rho_c V^2}{2\alpha}\right).$$

Оценим последнее слагаемое в данной формуле или, иначе, оценим работу архимедовых сил: $\frac{4\pi R_0^3}{3} \left(\frac{\rho_c V^2}{2}\right) = \frac{4 * 3.14 R_0^3}{3} \frac{1.8 * 0.0961}{2 * 1.2} = 0.3 R_0^3$.

Последовательно производим выкладки:

$$2\pi \frac{2R_0^3}{3r} - 4\pi R_0^2 = \frac{4\pi R_0^3}{3} \frac{\rho_c V}{2\alpha};$$

$$\frac{4\pi R_0^3}{3r} - 4\pi R_0^2 = \frac{4\pi R_0^3}{3} \frac{\rho_c V}{2\alpha}; \quad \frac{4\pi R_0^3}{3r} \left[\frac{1}{r} - \frac{3}{R_0}\right] = \frac{4\pi R_0^3}{3} \frac{\rho_c V}{2\alpha};$$

$$\frac{1}{r} - \frac{3}{R_0} = \frac{\rho_c V}{2\alpha}; \quad \frac{1}{r} - \frac{\rho_c V}{2\alpha} = \frac{3}{R_0}; \quad \frac{2\alpha - \rho_c V^2 r}{2\alpha r} = \frac{3}{R_0};$$

$$R_0 = \frac{6\alpha r}{2\alpha - \rho_c V^2 r} = \frac{6\alpha r}{2\alpha \left(1 - \frac{\rho_c V^2 r}{2\alpha}\right)} = \frac{3r}{1 - \frac{\rho_c V^2 r}{2\alpha}} = \frac{3 * 2.74}{1 - \frac{1.8 * 0.0961 * 2.74 * 10^{-3}}{2 * 1.2}} = \frac{3 * 2.74}{1 - 2 * 10^{-4}} =$$

$$= 3 * 2.74 = 8.22 \text{ мм.}$$

Полученный результат совпадает с минимальным радиусом пузырька, образовавшегося из большого. Таким образом, пузырёк с радиусом $R_0 = 8.22 \text{ мм}$ более не распадается при данном механизме распада.

Выводы.

1. Предложенный механизм объясняет расщепление крупных газовых пузырей в металлическом расплаве.

2. Получены формулы для установившейся скорости подъёма газовых пузырей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Ю. М., Шляпников Л. К., Шур Е. С. Аэродинамика системы вдувания порошкообразных материалов в ковш. // Сталь. 1987. № 7. С. 31 – 34.
2. Павленко В. Г. Основы механики жидкости. Л.: Судостроение, 1988. 240 с.
