

УДК 624, 69.04

**В. П. Назарова, А. С. Васильев****ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ANSYS  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ С ЗАЗОРОМ**

В данной работе представлено решение задачи с зазором в двух вариациях: в аналитической для статически-неопределимого стержня, работающего на растяжение-сжатие, а также в численной (конечно-элементный анализ) в программном комплексе ANSYS. Выполнено сопоставление полученных результатов. Построены эпюры продольных сил, напряжений, деформаций и перемещений стержня при схлопывании зазора. Выполнен анализ результатов, сделаны соответствующие выводы.

*Ключевые слова:* программа, элемент, расчёт, эпюра, задача, стержень, заделка.

**Введение**

Решение задач с зазором используется в определении предельных размеров, допусков и натягов в соединениях при различных видах посадок. Это необходимо при установлении полей допусков для гладких деталей в посадках и для несопрягаемых элементов.

Платформа популярного конечно-элементного комплекса ANSYS является новатором в области вычислительных технологий и следует подходу к проектированию и производству изделий, который опирается на расчёт [3]. Программа является мощным инструментом конечно-элементного анализа и даёт возможность инженерам-строителям проводить расчёты на высоком научном уровне с привлечением современных вычислительных технологий и с учётом специфики задач в полном соответствии с требованиями отрасли, например, строительной [6]. При этом для решения определённого класса задач в библиотеке ANSYS содержатся соответствующие конечные элементы и матрицы жёсткости этих элементов. Разработкой матриц жёсткости для узкого класса задач занимались авторы в работах [4, 5, 7]. Однако по ширине спектра возможностей конкурировать с такими программными продуктами, как ANSYS, COMSOL, NASTRAN, довольно сложно, поэтому расчёты в данной работе представлялись в одной из таких программ, а именно в ANSYS.

---

**Назарова Вероника Павловна** — студент (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: student.nika1661@mail.ru.

**Васильев Алексей Сергеевич** — кандидат технических наук, старший преподаватель (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: vasil-grunt@mail.ru.

© Назарова В. П., Васильев А. С., 2018

Необходимость сопоставления численного и аналитического расчёта заключается в том, чтобы определить расхождения в полученных результатах и убедиться в правильности решения задачи.

### Постановка задачи

На рисунке 1 представлена расчётная схема данной задачи. Следует отметить, что при данном способе аналитического решения исходят из того, что зазор обязательно сомкнётся (действующая нагрузка достаточно велика, чтобы части стержня соприкоснулись и взаимодействовали). Стержень жёстко закреплён с двух сторон, ось  $z$  совпадает с осью стержня.

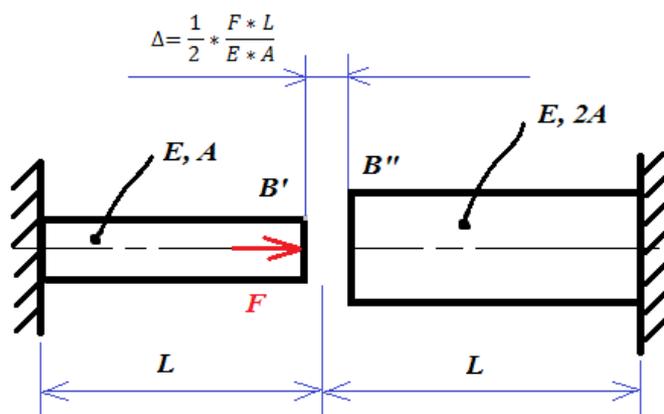


Рис. 1. Расчетная схема задачи

### Формулировка задачи

Стержень (круглого поперечного сечения) с двумя заделками и с зазором  $\Delta = \frac{1}{2} * \frac{F * L}{E * A}$  м между своими участками нагружен сосредоточенной силой  $F = 900$  кН.

Предполагается, что мы знаем значение силы, геометрию стержня, модуль упругости первого рода материала  $E = 2 * 10^{11}$  МПа, из которого он изготовлен, и площадь поперечного сечения обоих его участков  $A = 0,00283$  м<sup>2</sup>.

Требуется построить эпюру внутренней растягивающей силы ( $N$ ) по всей длине стержня, эпюру осевого напряжения ( $\epsilon$ ), осевой деформации ( $\delta$ ) и осевого перемещения ( $W$ ) его поперечных сечений.

Рисунок 1 является условным, т. к. в нём сразу показаны две стадии:

1. Стержень не нагружен, зазор между участками равен  $\Delta = \frac{1}{2} * \frac{F * L}{E * A}$ .
2. К стержню прикладывается внешняя сила в точке B', сила медленно возрастает от нуля до своего максимального значения. В процессе этого возрастания сначала деформируется левый участок стержня, затем, когда зазор перекрывается, деформируются оба участка.

В данном случае необходимо получить вышеперечисленные величины в тот момент, когда сила достигла своего максимального значения и деформировались оба участка стержня.

Значение продольной силы ( $N$ ) в каждом частном случае можно легко определить при помощи метода сечений [1]. Заранее улаживаясь, что данное значение силы обязательно перекроет зазор, определяем внутреннюю растягивающую силу ( $N$ ):

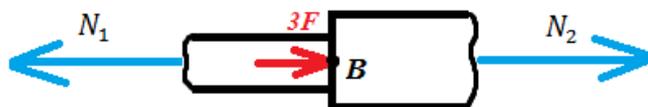


Рис. 2. Участок, никак не связанный с опорами (держится только за счёт внешних и внутренних сил)

Уравнения статического равновесия для статически-неопределимой системы выглядят следующим образом:

$$\sum F_x = 0 = -N_1 + F + N_2 \quad (1)$$

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot A_2} = \frac{F \cdot l}{2 \cdot E \cdot A} \quad (2)$$

Откуда

$$2 \cdot N_1 + N_2 = F.$$

Решая совместно (1) и (2), получаем:  $N_1 = \frac{2 \cdot F}{3} = 600 \text{ кН}$ ,  $N_2 = -\frac{F}{3} = -300 \text{ кН}$ .

Для нахождения эпюры осевого напряжения ( $\delta$ ) значения внутренней растягивающей силы делим на площади поперечного сечения обоих участков [2]:

$$\delta_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2 \cdot F}{3 \cdot A} = 0,2123 \cdot 10^9 \text{ Па}, \delta_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{F}{3 \cdot 2 \cdot A} = 0,529 \cdot 10^8 \text{ Па}.$$

Для нахождения эпюры осевой деформации ( $\varepsilon$ ), значения осевых напряжений, значения осевых напряжений делим на модуль упругости первого рода [2]:

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{E} = \frac{2 \cdot F}{3 \cdot A \cdot E} = 0,0010615, \varepsilon_2 = \frac{\delta_2}{E} = -\frac{F}{6 \cdot A \cdot E} = -0,0002645.$$

По интегральной формуле  $W_i = \int_{i-1}^i i dl$ , перемещения границ участков стержня между O, B', B'', C[1]:

$$W_A = 0, W_B' = \Delta l_1 = \frac{2 * F * l}{3 * A * E} = 0,00010615 \text{ м}$$

$$W_C = 0, W_B'' = \Delta l_2 = -\frac{F * l}{6 * A * E} = -0,00002645 \text{ м.}$$

Решение задачи с зазором в ANSYS (основные этапы решения, результаты в виде эпюр):

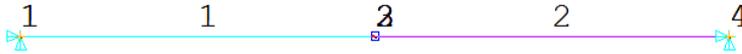


Рис. 3. Дискретная модель стержня

На рисунке 3 представлена дискретная модель стержня. Как видно, стержень состоит из двух конечных элементов (1 и 2) и четырёх узлов (1, 2, 3, 4). Каждый конечный элемент представляет собой одну из частей стержня. Для элементов стержня использовался конечный элемент BEAM 3 из библиотеки ANSYS, в качестве контактных элементов – CONTA 178. Нагрузка прикладывалась к узлу 2, в узлах 1 и 4 запрещены любые виды перемещений.

RFOR

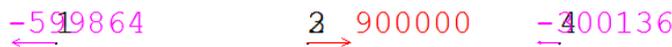


Рис. 4. Силовая схема

Анализируя первый результат расчёта, показанный на рисунке 4, получаем: сосредоточенная сила равна 90000 Н, реакция правой опоры равна -300136, реакция левой опоры равна -599864.

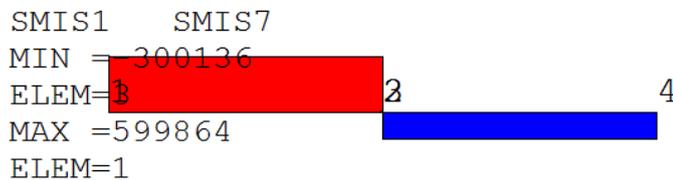


Рис. 5. Эпюра продольных сил

На рисунке 5 представлена эпюра внутренних усилий в сечениях стержня. Как видно из эпюры, усилия в правой части стержня составили  $N_2 = -300136$  Н, усилия в левой части  $N_1 = 599864$  Н.

```

LS1      LS4
MIN = -.531E+08
ELEM=1  2  4
MAX = .212E+09
ELEM=1
    
```

Рис. 6. Эпюра осевых напряжений

На рисунке 6 представлена эпюра осевых напряжений в сечениях стержня. Как видно из эпюры, напряжения в правой части стержня составили  $\delta_2 = -0,531 \cdot 10^8$  Па, осевые напряжения в левой части  $\delta_1 = 0,212 \cdot 10^9$  Па. Значит, максимальные напряжения – растягивающие:

```

LEPE1    LEPE4
MIN = -.266E-03
ELEM=1  2  4
MAX = .001061
ELEM=1
    
```

Рис. 7. Эпюра осевых деформаций

На рисунке 7 представлены максимальные и минимальные значения осевых деформаций участков стержня. Как видно из эпюры, левый прямоугольник имеет высоту 0,001061, а правый, прямоугольник имеет высоту  $-0,000266$ .

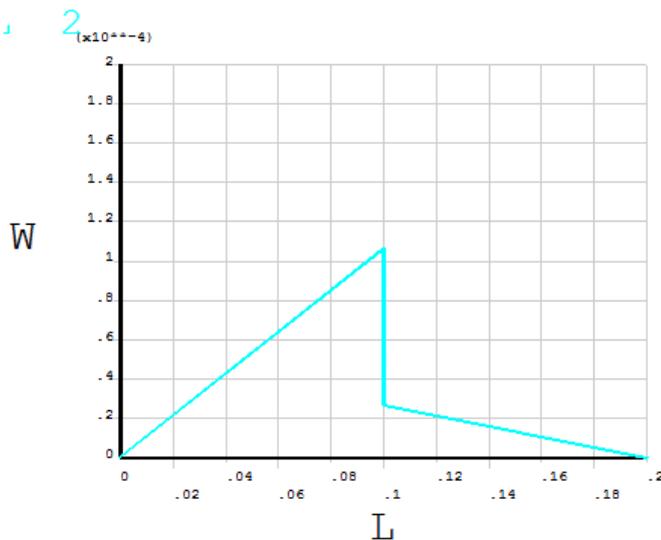


Рис. 8. Эпюра перемещений поперечных сечений стержня в осевом направлении

Анализируя эпюру на рисунке 8, мы видим, что перемещение в первом узле равно нулю, во втором узле  $1,08 \cdot 10^{-4}$  м, в третьем узле перемещение равно  $0,28 \cdot 10^{-4}$  м, в четвёртом узле перемещение нулевое.

В таблице 1 представлено сопоставление результатов, полученных при аналитическом решении и решении методом конечных элементов (с помощью программного комплекса ANSYS).

Таблица 1

Результаты численного и аналитического расчётов

| Решение задачи с зазором аналитически  | Решение задачи с зазором в ANSYS   |
|--|--|
| Реакции опор   |  |
| $R_1 = -600000, R_2 = -300000$   | $R_1 = -599864, R_2 = -300136$   |
| Продольные силы  |  |
| $N_1 = 600000H, N_2 = -300000H$  | $N_1 = 599864H, N_2 = -300136H$  |
| Осевые напряжения:   |  |
| $\delta_1 = 0,2123 \cdot 10^9 \text{ Па},$<br>$\delta_2 = 0,529 \cdot 10^8 \text{ Па},$                            | $\delta_1 = 0,212 \cdot 10^9 \text{ Па},$<br>$\delta_2 = 0,531 \cdot 10^8 \text{ Па},$                         |
| Осевые деформации:   |  |
| $\varepsilon_1 = 0,0010615, \varepsilon_2 = -0,0002645$  | $\varepsilon_1 = 0,001061, \varepsilon_2 = -0,000266$  |
| Осевые перемещения   |  |
| $W_A = 0 \text{ м}$<br>$W_{B'} = 0,00010615 \text{ м}$<br>$W_{B''} = -0,00002645 \text{ м}$<br>$W_C = 0 \text{ м}$ | $W_A = 0 \text{ м}$<br>$W_{B'} = 0,000108 \text{ м}$<br>$W_{B''} = -0,000028 \text{ м}$<br>$W_C = 0 \text{ м}$ |

Аналитический метод считается менее точным, чем численный, т. е. существуют расхождения между аналитическими и численными результатами. Определим процентное отклонение результатов обоих способов решения (таблица 2):

Таблица 2

| Наименование результата | Первый участок | Второй участок  |
|-------------------------|----------------|-----------------|
| Реакции опор            | 0,00023 %      | 0,000433 %      |
| Продольные силы         | 0,00023 %      | 0,000433 %      |
| Осевые напряжения       | 0,00141 %      | 0,00376 %       |
| Осевые деформации       | 0,000471 %     | 0,00376 %       |
| Осевые перемещения      | (B') 0,01712 % | (B'') 0,05535 % |

### Заключение

Как можно заметить, отклонения результатов аналитического и численного расчётов относительно небольшие и находятся в пределах допустимых значений.

Использование в ANSYS конечных элементов CONTA 178 и BEAM 3 даёт адекватные результаты, сопоставимые с результатами аналитического расчёта. Это значит, что данные конечные элементы и сам алгоритм моделирования задач с зазором в программном комплексе ANSYS работают и дают приемлемые результаты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дарков А. В., Шпиро Г. С. Сопротивление материалов: учеб. для техн. вузов. 5-е изд. М.: Альянс, 2014. 624 с.
2. Сопротивление материалов. Константин Тычина: официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <https://www.tychina.pro> (дата обращения 05.12.2017).
3. DocPlayer: официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <http://docplayer.ru> (дата обращения 03.12.2017).
4. Васильев А. С., Тарануха Н. А. Разработка алгоритмов численного исследования конструкций из неоднородной среды методом конечных элементов // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. 2016. № 1 (22). С. 78–88.
5. Васильев А. С., Тарануха Н. А. Разработка конечного элемента для конструкций из гетерогенной среды с металлической составляющей // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. 2016. № 4 (25). С. 19–31.
6. Васильев А. С., Бойчин Р. Е., Земляк В. Л. Численное моделирование и расчёт выступа колонны в современных программных комплексах // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. 2017. № 1 (26). С. 79–89.
7. Тарануха Н. А., Васильев А. С. Численное исследование конструкций из гетерогенных сред на основе метода конечных элементов // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. 2017. № 1 (26). С. 90–102.

\* \* \*

**Nazarova Veronika P., Vasilyev Alexei S.**  
**APPLICATION OF ANSYS SOFTWARE COMPLEX**  
**FOR SOLVING-COMPRESSING WITH GAP**  
 (Sholom-Aleichem Priamursky State University, Birobidzhan)

This paper presents the solution of the problem with a gap in two variations: analytical, statically indeterminate rod, working in tension-compression as well as in numerical (finite element analysis) using ANSYS software. A comparison of obtained results. The diagrams of longitudinal forces, stresses, strains and displacement of the rod due to the collapse of the gap. The analysis of the results, made conclusions.

*Keywords:* program, element, calculation, plot, task, rod, embedding.

## REFERENCES

1. Darkov A. V., Shpiro G. S. *Soprotivlenie materialov* (Resistance of materials), a textbook for technical universities, 5 th ed, Moscow, Alliance Publ., 2014. 624 p.
2. Konstantin Tychina. *Soprotivlenie materialov* (Resistance of materials), Available at: <https://www.tychina.pro> (accessed 12/05/2017).
3. *DocPlayer*, Available at: <http://docplayer.ru> (accessed 12/03/2017).
4. Vasil'ev A. S., Taranukha N. A. Development of algorithms of numerical investigation of structures made of inhomogeneous media by finite element method

[Razrabotka algoritmov chislennogo issledovaniya konstruktsiy iz neodnorodnoy sredy metodom konechnykh elementov], *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta im. Sholom-Aleykhema*, 2016, no. 1(22), pp. 78–88.

5. Vasil'ev A. S., Taranukha N. A. Developing of finite elements for constructions made of heterogeneous media with a metallic constituents [Razrabotka konechnogo elementa dlya konstruktsiy iz geterogennoy sredy s metallicheskoy sostavlyayushchey], *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta im. Sholom-Aleykhema*, 2016, no. 4(25), pp. 19–31.
6. Vasilev A. S., Boichin R. E., Zemliak V. L. Numerical simulation and calculation of the column protrusion in modern software systems [Chislennoe modelirovanie i raschet vystupa kolonny v sovremennykh programmnykh kompleksakh], *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta im. Sholom-Aleykhema*, 2017, no. 1 (26), pp. 79–89.
7. Taranukha N. A., Vasilev A. S. Numerical study of structures from heterogeneous media based on the finite element method [Chislennoe issledovanie konstruktii iz geterogennykh sred na osnove metoda konechnykh elementov], *Vestnik Priamurskogo gosudarstvennogo universiteta im. Sholom-Aleykhema*, 2017, no. 1 (26), pp. 90–102.

\* \* \*