

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 001.891.573; 519.6

А. С. Васильев, Н. А. Тарануха

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье предложена новая математическая модель исследования прочности конструкций из неоднородной среды. Использован метод конечных элементов. Разработаны численные процедуры для реализации математической модели. Разработана новая матрица жёсткости для композитного конечного элемента. Матрица жёсткости нелинейная. Матрица жёсткости учитывает изменение механических характеристик материалов в составе конечного элемента. Включение различных материалов в конечный элемент осуществляется на основе идеи комбинирования объёмов. Количество различных компонентов в составе неоднородного материала может быть достаточно большим. Разработан программный комплекс для численного исследования напряжённо-деформированного состояния композитных конструкций. Приведены алгоритмы работы программ. Алгоритмы построены в виде блок-схем. Выполнено тестирование и практическая апробация математической модели и программного комплекса. Сформулирована новая методика исследования композитных материалов.

В статье исследуются конструкции из неоднородной среды. Рассматривается напряжённо-деформированное состояние конструкций из неоднородной среды, в том числе состояние таких конструкций в области их предельных состояний. Выполнены практические расчёты балок из железобетона. Получены конкретные результаты для конкретных конструкций. Выполнено сравнение результатов по предложенной математической модели с экспериментальными результатами других авторов. Выполнено сравнение с расчётами в других программных продуктах и с результатами расчёта по методике из нормативных документов. Сформулированы общие выводы и рекомендации по применению предложенных алгоритмов, математической модели и матрице жёсткости.

Ключевые слова: матрица жёсткости; неоднородная среда; композит; алгоритм; блок-схема; математическая модель; критерий прочности; предельное состояние.

Введение

Неоднородные материалы, к которым относится большое число композитных материалов, активно применяются в различных современ-

Васильев Алексей Сергеевич — старший преподаватель (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: vasil-grunt@mail.ru.

Тарануха Николай Алексеевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой кораблестроения (Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, Комсомольск-на-Амуре); e-mail: taranukha@knastu.ru.

© Васильев А. С., Тарануха Н. А., 2016

ных отраслях промышленности. В частности, активно используются композиты из нестандартизированного материала [6; 7; 8]. Большая распространённость композитов требует изучения их свойств. Эти свойства влияют на жёсткость и несущую способность конструкций на разных этапах их работы под нагрузкой. Расчёт таких конструкций целесообразно выполнять методом конечных элементов с использованием шагово-итерационных процедур на базе общих принципов механики деформируемого твёрдого тела и численных методов решения физически-нелинейных задач.

Существует много программных продуктов, позволяющих моделировать и производить расчёт композитных конструкций, в частности, из железобетона. К ним относятся NASTRAN, ANSYS, ЛИРА. Данные программные продукты выполняют расчёты методом конечных элементов с использованием современных теорий прочности, соответствующих специфике работы конкретного материала.

Аппроксимационные зависимости для диаграмм деформирования материалов

Как известно, зависимость между деформациями и напряжениями может быть учтена при помощи диаграмм деформирования материалов. При этом в данной работе говорится о кратковременном нагружении. Рассматриваются зависимости, которые связывают относительные деформации с напряжениями ($\epsilon_b - \sigma_b$) при одноосном сжатии и растяжении. Следует отметить, что иллюстрирующим материалом, характеризующим работу композитов, может быть железобетон. Это наиболее распространённый и изученный композитный материал.

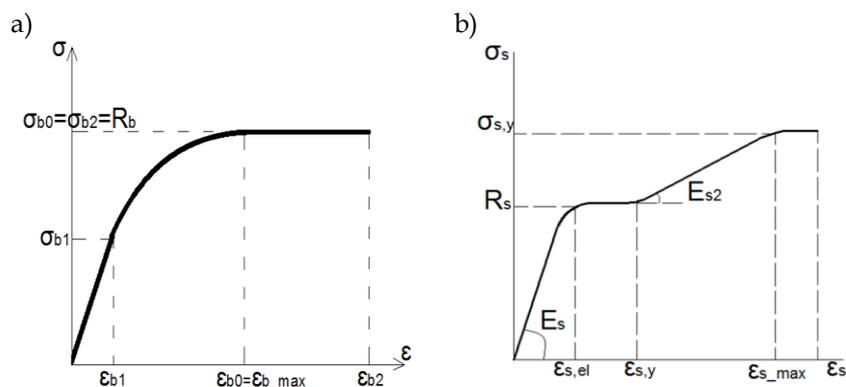


Рис. 1. Диаграммы деформирования материалов в составе композита:
а – связующего (бетона), б – армирующих элементов (арматуры)

Диаграмма деформирования связующего показана на рисунке 1а. Прочность и деформативность армирующих элементов характеризуется диаграммой на рисунке 1б. При этом согласно работе [4]:

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s}, \quad E_{s2} = \frac{\sigma_{s,y} - R_s}{\varepsilon_{s,im} - \varepsilon_{s,y}} \quad (1)$$

Здесь σ_s, y – временное сопротивление, R_s – расчётное сопротивление, E_s – модуль упругости армирующих элементов, $\varepsilon_{s,y} = 0.02$.

Матрица жёсткости нелинейного композитного конечного элемента

Композитный конечный элемент представляет собой совместную работу материала матрицы и «размазанной» по объёму конечного элемента арматуры при сохранении свойства сплошности материала. В работах [9; 10] авторами использовалась матрица жёсткости на основе идеи комбинирования площадей материалов в поперечном сечении конечного элемента. В данной работе для вычисления упругих характеристик композитного КЭ применим комбинирование объёмов материалов, из которых он состоит:

$$E_{hyb} = \frac{E(\varepsilon_x)_1 V_1 + E(\varepsilon_x)_2 V_2 + \dots + E(\varepsilon_x)_n V_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n} \quad (2)$$

$$\mu_{hyb} = \frac{(\mu_1)_x V_1 + (\mu_2)_x V_2 + \dots + (\mu_n)_x V_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n} \quad (3)$$

где E_1, E_2, \dots, E_n – соответственно нелинейные модули упругости материалов в составе композитного КЭ; V_1, V_2, \dots, V_n – соответственно объёмы каждого из материалов в составе композитного КЭ (где n может быть достаточно большим), $(\mu_1)_x, (\mu_2)_x$ и $(\mu_n)_x$ – соответственно коэффициенты Пуассона для каждого материала в композитном КЭ. Подставляя (2) и (3) в стандартную матрицу упругости, получим матрицу упругости для композитного нелинейного объёмного конечного элемента $[D]_{hyb}$, сочетающего совместную работу различных сред.

$$D_{hyb} = \frac{E_{hyb}(1-\mu_{hyb})}{(1+\mu_{hyb})(1-2\mu_{hyb})} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{np}} & \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{np}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{np}} & 1 & \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{hyb}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{np}} & \frac{\mu_{hyb}}{1-\mu_{hyb}} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu_{hyb}}{2(1-\mu_{hyb})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu_{hyb}}{2(1-\mu_{hyb})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu_{hyb}}{2(1-\mu_{hyb})} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Именно с матрицей $[D]_{hyb}$ связаны особенности данной работы.

Конечный элемент в форме прямоугольного параллелепипеда содержит восемь узловых точек (рис. 2). Матрица деформаций $[B]$ содер-

жит восемь блоков $[B] = [[B]^{(1)} [B]^{(2)} \dots [B]^{(k)} \dots [B]^{(8)}]$. Стандартный блок её равен [4]:

$$B_i^{(k)} = [\Phi] C_k(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} \frac{\xi_k(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)}{a} & 0 & 0 \\ a & \frac{\eta_k(1+\xi_k\xi)(1+\zeta_k\zeta)}{b} & 0 \\ 0 & b & \frac{\zeta_k(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)}{c} \\ \frac{0}{\eta_k(1+\xi_k\xi)(1+\zeta_k\zeta)} & \frac{\xi_k(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)}{c} & c \\ b & a & \frac{\eta_k(1+\xi_k\xi)(1+\zeta_k\zeta)}{b} \\ 0 & \frac{\zeta_k(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)}{c} & b \\ \frac{\zeta_k(1+\xi_k\xi)(1+\eta_k\eta)}{c} & 0 & \frac{\xi_k(1+\eta_k\eta)(1+\zeta_k\zeta)}{a} \end{bmatrix} \quad (5)$$

При этом каждый из блоков матрицы жёсткости вычислен по формуле:

$$[K]_{ij}^{(k)} = abc \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 ([B]^{(j)})^T [D]_{hyb} [B]^{(k)} d\xi d\eta d\zeta \quad (6)$$

Здесь $[K]_i$ – матрица жёсткости i-го КЭ; k и j – номера узлов КЭ. При этом каждый элемент матрицы жёсткости $[K]^{k,i,j}$ состоит из подматрицы третьего порядка:

$$[K]_{i,j}^{(k)} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Вводя переменные $k = 1:8$ и $j = 1:8$ после взятия определённого интеграла (8), имея в виду постоянство $[D]_{hyb}$ по объёму элемента, получим:

$$K_{1+n,1+m} = \left[\frac{1-\mu_{hyb}}{a^2} \xi_k \xi_j \left(1 + \frac{1}{3} \eta_k \eta_j\right) \left(1 + \frac{1}{3} \zeta_k \zeta_j\right) + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{1-2\mu_{hyb}}{2} \left[\frac{1}{b^2} \eta_k \eta_j \left(1 + \frac{1}{3} \xi_k \xi_j\right) \left(1 + \frac{1}{3} \zeta_k \zeta_j\right) + \frac{1}{c^2} \zeta_k \zeta_j \left(1 + \frac{1}{3} \xi_k \xi_j\right) \left(1 + \frac{1}{3} \eta_k \eta_j\right) \right] \right] \times \dots \\ \dots \times \frac{a(E(\varepsilon_x)_1 V_1 + E(\varepsilon_x)_2 V_2 + \dots + E(\varepsilon_x)_n V_n)}{32(1+\mu_{hyb})(1-2\mu_{hyb})} \quad \dots(8)$$

$$K_{1+n,2+m} = \frac{1}{ab} \left(1 + \frac{1}{3} \zeta_k \zeta_j\right) \left[\frac{1}{2} \xi_k \eta_j + \mu_{hyb} (\xi_j \eta_k - \eta_j \xi_k) \right] \times \dots \\ \dots \times \frac{a(E(\varepsilon_x)_1 V_1 + E(\varepsilon_x)_2 V_2 + \dots + E(\varepsilon_x)_n V_n)}{32(1+\mu_{hyb})(1-2\mu_{hyb})}$$

Остальные элементы матрицы жесткости определяются аналогичным образом. Здесь $n = 1+3(j-1)$; $m = 1+3(k-1)$. В результате получаем матрицу жёсткости КЭ размером 24×24 .

В качестве метода решения нелинейных задач был использован метод последовательных приближений [3; 4]:

$$[\bar{K}(q^{n-1})][q^n] = [\bar{P}], \quad (9)$$

где n – номер этапа приближения. Алгоритмы, реализующие данную математическую модель на основе МКЭ, использованы в разработанных авторами программах: «Composit» [1], «Strength» [2], «Ultimate State», «Программа для расчёта конструкций из композитных материалов». Данные алгоритмы предназначены для расчёта конструкций из композитных материалов при простом напряжённом состоянии, т. к. использует диаграммы деформирования материала при одноосном растяжении и сжатии. При последовательном увеличении нагрузки на конструкцию происходит постепенное её разрушение вследствие изменения механических характеристик материалов. Характеристики при этом меняются согласно диаграммам $\varepsilon - \sigma$.

Алгоритм расчета конструкций из композитных материалов.

Расчёт велся с помощью алгоритмов программ Composit [1], Strength [2] и Ultimate State, основанных на языке Matlab Программы Composit и Strength, зарегистрированы в Реестре программ для ЭВМ и имеют свидетельства об официальной регистрации.

Сборка глобальной матрицы жёсткости выглядит следующим образом (рис. 2), где z – множество i -ых КЭ, принадлежащих промежутку $1:n$; W – матрица индексов конструкции, состоящая из n строк и p столбцов; $\alpha, \beta = 1, \dots, p$; p – количество перемещений в КЭ. Для данной задачи $n = 4$, так как при стыковке элементов суммируются матрицы жёсткости КЭ бетона, композитные КЭ бетона и арматуры, КЭ арматуры без учёта бетона, КЭ, не имеющие в своём составе материала, когда матрица упругости $D = 0$.

Алгоритм работы программы представлен рисунком 3.

Здесь R_2 – расчётное сопротивление второго материала (арматуры), V_1 и V_2 – объёмы соответственно первого и второго материалов в конечном элементе.

Сравнение расчёта автора с экспериментальными исследованиями статически определимых балок из композитного материала.

Рассмотрим железобетонную статически определимую балку прямоугольного сечения без предварительного напряжения [5]. Нагрузка в виде сосредоточенных сил прикладывалась симметрично ступенями с шагом $\Delta P = 5$ кН. Критерием исчерпания прочности железобетонных образцов являлось появление текучести в армирующих элементах (арматуре).

Расчётная схема, геометрические размеры и схема армирования представлены на рисунке 4.

Исходные характеристики материалов соответствуют опытным значениям и принимались равными: связующее (бетон) – $R_b = 18.5$ МПа, $R_{bt} = 1.6$ МПа, $E_b = 30000$ МПа, $\mu = 0.2$; армирующие элементы (арматура): $R_s = 510$ МПа, $E_s = 190000$ МПа.

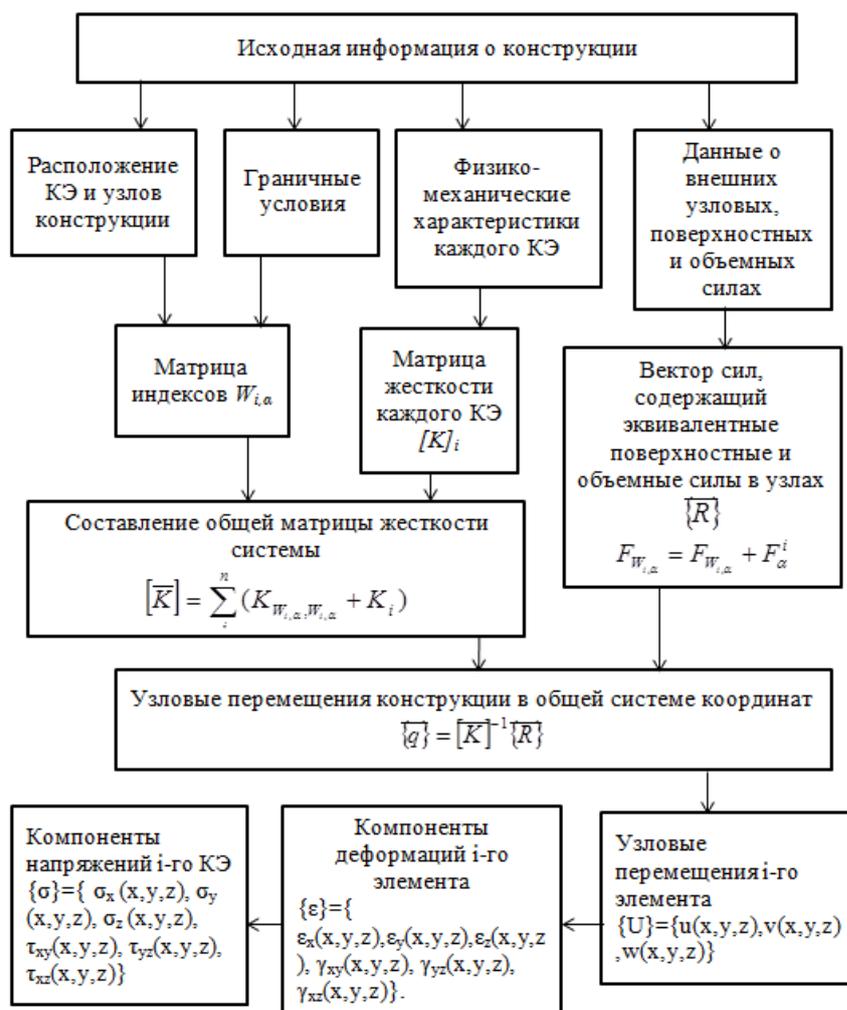


Рис. 2. Схема формирования и расчета системы МКЭ

Предварительные расчёты по СНиП: высота сжатой зоны $x = 72.9$ мм, разрушающая нагрузка $P = 129.44$ кН, первые трещины появились при 17.67 кН. Прогиб к моменту разрушения 7.01 мм. Разрушение конечно-элементной модели произошло вследствие преобладающего действия изгибающего момента в середине пролёта балки.

Значения прогиба характеризуются максимальными перемещениями в середине балки под действием вертикальной нагрузки. На рисунке 5а показано изменение максимальных перемещений балки на различных этапах нагружения. Приводится сравнение расчётов в ПК COMSOL [5], ПК ЛИРА, автора и результатов эксперимента. Разрушающая нагрузка в расчёте автора – 140 кН. Прогиб при этом составил $8,6$ мм.

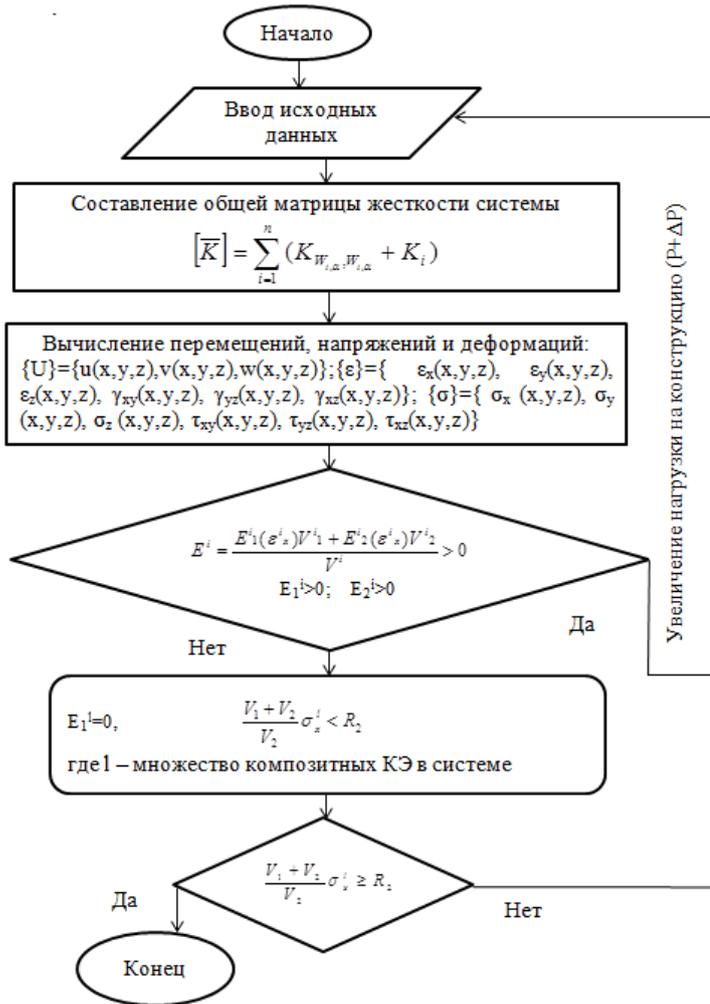


Рис. 3. Блок-схема алгоритма работы программы

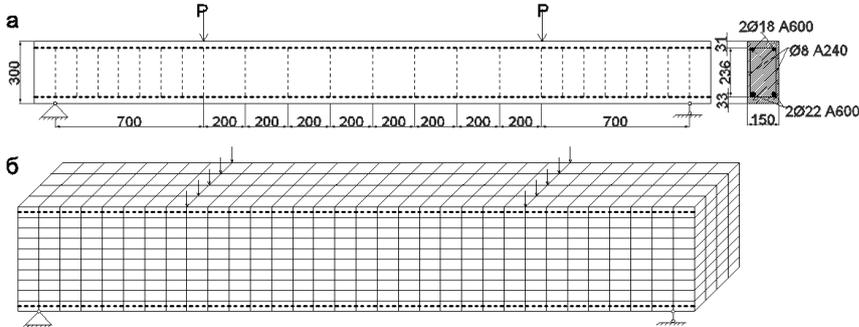


Рис. 4. Модель балки: а – расчётная схема железобетонной балки, б – схема разбивки на конечные элементы

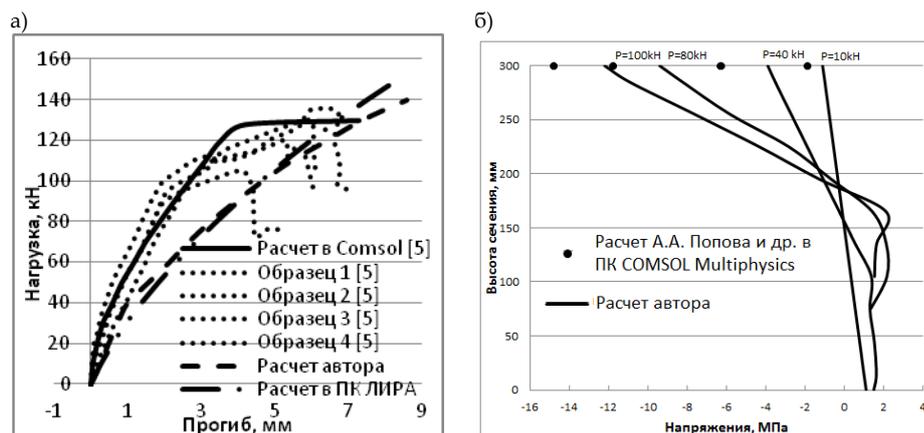


Рис. 5. Сравнение результатов расчёта: а – сравнение изменений прогибов под нагрузкой; б – сравнение некоторых эпюр нормальных напряжений в поперечном сечении балки (расчёта автора с наибольшими значениями аналогичных эпюр, полученными в ПК COMSOL Multiphysics)

При потере несущей способности нормальные напряжения в верхних слоях балки составили -16.3 МПа. На рисунке 5б изображены эпюры напряжений в плоскости симметрии балки на различных этапах нагружения и их сравнение с эпюрами, полученными автором.

В таблицах 1 и 2 приводятся сопоставление результатов расчётов: прогибов под нагрузкой в момент разрушения и предельной нагрузки на конструкцию.

Таблица 1

| № | Максимальный прогиб | | | | | Отклонение результатов расчётов от COMSOL Multiphysics 4.3 b | | | |
|---|----------------------------------|------------------|------------------|---------------|----------------------|--|------------------|------|----------------------|
| | COMSOLM multiphysics 4.3 b | Расчёт автора | Экспе- римент | СНиП | Расчёт ПК ЛИРА | Расчёт автора | Экспе- римент | СНиП | Расчёт ПК ЛИРА |
| | Δ , мм | Δ , мм | Δ , мм | Δ , мм | Δ , мм | % | % | % | % |
| 1 | 7.28 | 8.6 | 4.15 | 7.01 | 8.35 | 18.13 | 42.93 | 3.85 | 14.70 |
| 2 | 7.28 | 8.6 | 5.32 | 7.01 | 8.35 | 18.13 | 26.92 | 3.85 | 14.70 |
| 3 | 7.28 | 8.6 | 6.1 | 7.01 | 8.35 | 18.13 | 16.21 | 3.85 | 14.70 |
| 4 | 7.28 | 8.6 | 6.72 | 7.01 | 8.35 | 18.13 | 7.69 | 3.85 | 14.70 |

Таблица 2

| № | Разрушающая нагрузка | | | | | Отклонение результатов расчётов от COMSOL Multiphysics 4.3 b | | | |
|---|----------------------------------|------------------|------------------|----------|----------------------|--|------------------|------|----------------------|
| | COMSOLM multiphysics 4.3 b | Расчёт автора | Экспе- римент | СНиП | Расчёт ПК ЛИРА | Расчёт автора | Экспе- римент | СНиП | Расчёт ПК ЛИРА |
| | P , кН | P , кН | P , кН | P , кН | P , кН | % | % | % | % |
| 1 | 130 | 140 | 106 | 129.44 | 150 | -7.69 | 18.4 | 0.43 | 15.38 |
| 2 | 130 | 140 | 121 | 129.44 | 150 | -7.69 | 6,92 | 0.43 | 15.38 |
| 3 | 130 | 140 | 133 | 129.44 | 150 | -7.69 | -2.31 | 0.43 | 15.38 |
| 4 | 130 | 140 | 135 | 129.44 | 150 | -7.69 | -3.84 | 0.43 | 15.38 |

Из таблиц видно, что погрешность расчёта авторов от расчёта в программе COMSOL Multiphysics 4.3 b составляет около 18 % и 8 % для максимального прогиба и разрушающей нагрузки соответственно. В то же время общая погрешность результатов экспериментов от расчёта COMSOL составляет 23.44 % и 4.79 % для максимального прогиба и разрушающей нагрузки. Наблюдается удовлетворительное совпадение расчётных и опытных данных.

Заключение

Предложенные алгоритмы и математическую модель возможно применять:

- для установления разрушающей нагрузки и максимальных перемещений и деформаций при разрушении конструкций из композитных материалов при простых напряжённых состояниях. Данные предельные состояния рассматриваемых в работе конструкций (балок и рам) возникают в результате превышения предела текучести армирующих элементов в растянутой зоне;
- для исследования напряжённо-деформированного состояния, установления перемещений, напряжений и деформаций на каждом этапе нагружения конструкции. Предельное состояние конструкции может наступать при разрушении связующего в поперечном сечении конструкции;
- для установления опасных зон и зон разрушения конструкции на различных этапах нагружения, включая предельные;
- для расчётов композитов, имеющих в своем составе инородные включения, газовые пузыри, технологические отверстия. При этом можно учитывать любое количество составляющих внутри композита в пределах конечного элемента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев А. С., Тарануха Н. А.* Программное обеспечение для расчёта перемещений в конструкциях из композитных материалов методом конечных элементов (ПО «Composit»): свидетельство о регистрации программы для ЭВМ. № 2015610761. 2015.
2. *Васильев А. С., Тарануха Н. А.* Программное обеспечение для исследования напряжённо-деформированного состояния объектов на различных стадиях нагружения (ПО «Strength»): свидетельство о регистрации программы для ЭВМ. № 2015610762. 2015.
3. *Клованич С. Ф., Мироненко И. Н.* Метод конечных элементов в механике железобетона. Одесса, 2007. 111 с.
4. *Клованич С. Ф., Безушко Д. И.* Метод конечных элементов в расчётах пространственных железобетонных конструкций. Одесса: Изд-во ОНМУ, 2009. 89 с.
5. *Попов А. А., Хатунцева А. А., Шапков И. Г., Кочетков А. В.* Пространственный деформационный нелинейный расчёт железобетонных изгибаемых конструкций методом конечных элементов // Наукоедение: интернет журнал. 2013. № 5. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/prostranstvennyy-deformatsionnyy->

nelineynyy-raschet-zhelezobetonnyh-izgibaemyh-konstruktsiy-metodom-konechnyyh-elementov

6. Тарануха Н. А., Жеребко К. В., Петрова А. Н., Петров М. Р. Математическая модель шарнирной стержневой системы с большими перемещениями узлов // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2003. № 3. С. 12–18.
7. Тарануха Н. А., Петрова А. Н., Любушкина Н. Н. Механика морских динамических систем с большими деформациями из нестандартизированного материала // Морские интеллектуальные технологии. 2010. № 3(9). С. 56–59.
8. Тарануха Н. А., Петрова А. Н., Любушкина Н. Н. Колебания динамических систем с большими деформациями из нестандартизированного материала // Ученые записки КнАГТУ. 2010. № III-1(3). С. 4–11.
9. Тарануха Н. А., Васильев А. С. Алгоритмы и модели при численном проектировании композитных сред на заданные характеристики для морских сооружений // Ученые записки КнАГТУ: Науки о природе и технике. 2015. № I-1(21). С. 81–86.
10. Тарануха Н. А., Васильев А. С. Численное исследование предельной несущей способности конструкций из композитных материалов // Морские интеллектуальные технологии: Кораблестроение, информатика, вычислительная техника и управление. 2015. № 3(29). Т. 2. С. 27–32.

* * *

Vasiliev Alexei S., Taranukha Nikolay A.
DEVELOPMENT OF ALGORITHMS OF NUMERICAL INVESTIGATION OF STRUCTURES
MADE OF INHOMOGENEOUS MEDIA BY FINITE ELEMENT METHOD

(Sholom-Aleichem Priamursky State University, Birobidzhan;
 Komsomolsk-on-Amur State Technical University, Komsomolsk-on-Amur)

The paper proposes a new mathematical model for researching strength of structures of inhomogeneous medium. The method of finite elements is used. Numerical procedures for the implementation of the mathematical model are designed. A new stiffness matrix composite finite element is developed. The stiffness matrix is nonlinear. The stiffness matrix takes changes of the mechanical properties of materials as a part of the finite element. The inclusion of different materials in the final element is based on the idea of combining the volumes. The quantity of different components in inhomogeneous material can be quite large. A software package is developed for the numerical study of stress-strain state of composite structures. The work algorithms of programs are shown. The algorithms are shown in a block diagram form. Testing and practical testing of mathematical models and software are performed. A new method of researching inhomogeneous materials is formulated.

The report examines the structure of the inhomogeneous medium. We consider the stress-strain state of structures of inhomogeneous medium in their limiting states. The practical calculations of reinforced concrete beams are performed. We get specific results for specific designs. The comparison of the results on the proposed mathematical model with experimental results of other authors is made. The comparison with the calculations in other software products, and with the results of calculations by the method of normative documents is made. General conclusions and recommendations on the application of the proposed algorithms, the mathematical model and stiffness matrix are formulated.

Keywords: stiffness matrix; inhomogeneous medium; composite; algorithm; block diagram; mathematical model; strength criterion; limit state.

REFERENCES

1. Vasil'ev A. S., Taranukha N. A. *Programmnoye obespechenie dlya rascheta peremeshcheniy v konstruktsiyakh iz kompozitnykh materialov metodom konechnykh elementov*

- (PO «Composit»): *svidetel'stvo o registratsii programmy dlya EVM* (Software for the calculation displacements in structures made of composite materials using finite element method (PO «Composit»): The certificate of registration of a computer program), no. 2015610761, 2015.
2. Vasil'ev A. S., Taranukha N. A. *Programmnoe obespechenie dlya issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya ob"ektov na razlichnykh stadiyakh nagruzheniya* (PO «Strength»): *svidetel'stvo o registratsii programmy dlya EVM* (Software for the study stress-strain state of objects at various stages of loading (PO «Strength»): The certificate of registration of a computer program), no. 2015610762, 2015.
 3. Klovanich S. F., Mironenko I. N. *Metod konechnykh elementov v mekhanike zhelezobetona* (Finite Element Method in the mechanics of reinforced concrete), Odessa, 2007. 111 p.
 4. Klovanich S. F., Bezushko D. I. *Metod konechnykh elementov v raschetakh prostranstvennykh zhelezobetonnykh konstruksiy* (Finite Element Method nonlinear analysis of spatial reinforced concrete structures), Odessa, ONMU Publ., 2009. 89 p.
 5. Popov A. A., Khatuntsev A. A., Shashkov I. G., Kochetkov A. V. Spatial deformation nonlinear calculation of reinforced concrete bent designs by the method of final element [Prostranstvennyy deformatsionnyy nelineynyy raschet zhelezobetonnykh izgibaemykh konst-ruksiy metodom konechnykh elementov], *Naukovedenie: internet journal*, 2013, no. 5. Available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/prostranstvennyy-deformatsionnyy-nelineynyy-raschet-zhelezobetonnykh-izgibaemykh-konstruksiy-metodom-konechnykh-elementov>
 6. Taranukha N. A., Zherebko K. V., Petrova A. N., Petrov M. R. Mathematical model of the hinged rod system with large displacements of nodes [Matematicheskaya model' sharnirnoy sterzhnevoy sistemy s bol'shimi peremeshcheniyami uzlov], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Stroitel'stvo*, 2003, no. 3, pp. 12–18.
 7. Taranukha N. A., Petrova A. N., Lyubushkina N. N. The mechanics of marine dynamical systems with large deformations of non-standard material [Mekhanika morskikh dinamicheskikh sistem s bol'shimi deformatsiyami iz nestandardizirovannogo materiala], *Morskie intellektual'nye tekhnologii*, 2010, no. 3(9), pp. 56–59.
 8. Taranukha N. A., Petrova A. N., Lyubushkina N. N. The Determining characteristics of the liquid non-standard material of the dynamic system of the elastic system [Kolebaniya dinamicheskikh sis-tem s bol'shimi deformatsiyami iz nestandardizirovannogo materiala], *Uchenye zapiski KnAGTU*, 2010, no. III-1(3), pp. 4–11.
 9. Taranukha N. A., Vasil'ev A. S. Algorithms and models for numerical designing composite media to the specified characteristics for marine structures [Algoritmy i modeli pri chislenno proektirovanii kompozitnykh sred na zadannye kharakteristiki dlya morskikh sooruzheniy], *Uchenye zapiski KnAGTU: Nauki o prirode i tekhnike*, 2015, no. I-1(21), pp. 81–86.
 10. Taranukha N. A., Vasil'ev A. S. Numerical research of the limit bearing capacity of constructions from composite materials [Chislennoe issledovanie predel'noy nesushchey sposobnosti konstruksiy iz kompozitnykh materialov], *Morskie intellektual'nye tekhnologii: Korablestroenie, informatika, vychislitel'naya tekhnika i upravlenie*, 2015, no. 3(29), vol. 2, pp. 27–32.

* * *