

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.316.1

**А. П. Афанасьев, М. А. Афанасьева**

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО МАРШРУТА ПРОКЛАДКИ КАБЕЛЬНОЙ ЛИНИИ В ГОРОДСКИХ НИЗКОВОЛЬТНЫХ СЕТЯХ

В данной статье рассматривается вопрос определения оптимальных технико-экономических трасс для кабельных линий (КЛ) с учётом специфики района прокладки. В качестве рабочего инструмента предлагается использовать алгоритм Fast marching method (FMM), имеющий определённые преимущества по сравнению с другими подходами.

*Ключевые слова:* городская система электроснабжения, определение оптимального маршрута, кабельные линии fast marching method, оптимизация, компьютерная геометрия.

#### **Введение**

Низковольтные распределительные городские сети составляют значительную часть в общей структуре городских распределительных сетей. Как правило, данные сети выполнены на основе КЛ, ведущих от трансформаторных подстанций (ТП) 10(6)/0.4 кВ. к вводно-распределительным устройствам (ВРУ).

Плотность городской застройки, насыщенность подземных коммуникаций и других инженерных сетей усложняют процедуру выбора оптимальных технико-экономических маршрутов для прокладки низковольтных сетей.

#### **Математическое описание и дискретная реализация алгоритма FMM**

В настоящее время существует множество алгоритмов для нахождения оптимальных траекторий исходя из условий рассматриваемой задачи. Одна из возможных классификаций методов определения оптимальных траекторий представлена на рисунке 1 [4].

---

**Афанасьев Александр Петрович** — кандидат технических наук, старший преподаватель (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: fourier@km.ru.

**Афанасьева Мария Александровна** — студентка 1 курса магистратуры (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: fourier@km.ru.

© Афанасьев А. П., Афанасьев М. А., 2016

---

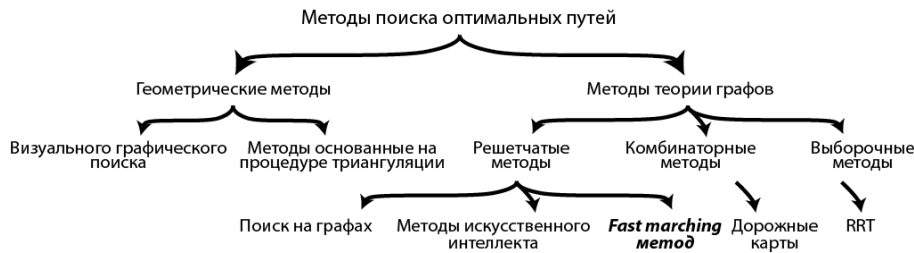


Рис. 1. Возможная классификация методов поиска оптимальных путей

В настоящей работе рассматривается применение FMM алгоритма. С помощью этого метода появляется возможность учёта влияния субъективных технико-экономических особенностей региона на определение маршрутов прокладки КЛ.

FMM алгоритм входит в набор так называемых Level Set Methods, которые, благодаря вычислительному быстродействию, применяются в различных областях научных и технических исследований, включая компьютерную графику, обработку медицинских изображений, динамику жидкостей и т. д.

Данный метод основан на создании искусственных потенциальных полей на основе информационных данных об окружении в пространственной области, предназначенной для определения оптимальных траекторий. FMM алгоритм позволяет определить наименее затратную траекторию между выбранными точками в рассматриваемом регионе.

Интуитивно FMM можно представить как распространение волнового фронта в разнородной среде, описываемой потенциальным полем.

В случае, когда потенциальное поле двумерно (2D), волновой фронт представляет 2d кривую. Если потенциальное поле зависит от 3 координат, то волновой фронт является поверхностью. В принципе, возможно рассмотрение применения алгоритма на многообразиях больших размерностей. FMM определяет время, за которое волна достигает каждую точку рассматриваемого пространства. Согласно принципу Гюйгенса каждая точка, которую достиг волной фронт, сама является источником вторичных волн. Волна распространяется в момент времени  $T = 0$  из точки-источника.

В алгоритме FMM предполагается, что волновой фронт  $\Gamma$  в каждой своей точке распространяется по нормали. Скорость  $F$  каждой точки волнового фронта в общем случае имеет различные значения, но всегда положительна.

Исходя из представленных выше допущений, можно показать, что движение каждой точки волнового фронта удовлетворяет уравнению Эйконала [5] (полученному Ошером и Сезаном в 1988 г.)

$$1 = F(x)|\nabla T(x)| \quad (1)$$

здесь  $x$  – координатный вектор, имеющий размерность рассматриваемой области,  $F(x)$  – скорость распространения волны в данной точке,  $T(x)$  – время движения волнового фронта от источника до рассматриваемой точки.

Из уравнения Эйконала следует, что модуль градиента  $|\nabla T(x)|$  обратно пропорционален скорости:

$$\frac{1}{F(x)} = |\nabla T(x)| \quad (2)$$

Так как каждая точка волнового фронта движется в направлении внешней нормали, т. е.  $F(x) \geq 0, \forall x$ , следует, что  $T(x)$  в каждой точке имеет единственное значение.

В 1996 году Сезан предложил решение уравнения Эйконала (1, 2) для дискретного случая.

Для рассматриваемой области строится дискретная двумерная карта путём разбиения на столбцы и строки. Обозначая символами  $i$  и  $j$ ,  $i$ -ую строку и  $j$ - столбец, получаем, что узлы дискретного разбиения  $(i, j)$  соответствуют точкам  $p(x_i, y_j)$  реального мира. При дискретизации непрерывная функция градиента  $\nabla T(x)$  переходит в свой разностный аналог:

$$\max(D_{i,j}^{-x}T, 0)^2 + \min(D_{i,j}^{+x}T, 0)^2 + \max(D_{i,j}^{-y}T, 0)^2 + \min(D_{i,j}^{+y}T, 0)^2 = \frac{1}{F_{i,j}^2} \quad (3)$$

или в упрощенной форме:

$$\max(D_{i,j}^{-x}T, -D_{i,j}^{+x}T, 0)^2 + \max(D_{i,j}^{-y}T, -D_{i,j}^{+y}T, 0)^2 = \frac{1}{F_{i,j}^2} \quad (4)$$

где:

$$\begin{aligned} D_{i,j}^{-x} &= \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x} \\ D_{i,j}^{+x} &= \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} \\ D_{i,j}^{-y} &= \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta y} \\ D_{i,j}^{+y} &= \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y} \end{aligned} \quad (5)$$

и  $\Delta x, \Delta y$  являются шагами сетки в  $x$  и  $y$  направлениях соответственно.

Подставим (5) в (4), и, обозначим

$$\begin{aligned}
 T &= T_{i,j} \\
 T_1 &= \min(T_{i-1,j}, T_{i+1,j}) \\
 T_2 &= \min(T_{i,j-1}, T_{i,j+1})
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Уравнение Эйконала для дискретного 2D пространства можно записать в виде:

$$\max\left(\frac{T-T_1}{\Delta x}, 0\right)^2 + \max\left(\frac{T-T_2}{\Delta y}, 0\right)^2 = \frac{1}{F_{i,j}^2}
 \tag{7}$$

Учитывая предположение  $F(x_i, y_j) > 0$ , (7) можно записать в виде:

$$\left(\frac{T-T_1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{T-T_2}{\Delta y}\right)^2 = \frac{1}{F_{i,j}^2}
 \tag{8}$$

Уравнение (8) может быть решено итерационно на дискретном двумерном многообразии.

Для решения промаркируем каждую из ячейки дискретного пространства одним из следующих 3-х типов:

1. Неопределённая: ячейка, для которой значение  $T$  не определено, т. е. волновой фронт ещё не достиг данной точки.

2. Граничная: ячейки, которые станут частью волнового фронта в следующей итерации. Для них значение  $T$  равно значению  $T$  для ячеек, волновой фронт которых достиг в текущей итерации, но если в следующей итерации эти ячейки допускают распространение волнового фронта с ненулевой скоростью, то значение  $T$  изменится, а именно увеличится.

3. Определённая: ячейки, в которых волновой фронт проходил в предыдущих операциях. Значения  $T$  для этих ячеек известно и фиксировано.

Алгоритм компьютерного решения предполагает 3 стадии выполнения программы: инициализация параметров, основной цикл выполнения и окончание работы алгоритма.

*Инициализация* — для ячеек, которые являются источником волны, значение  $T$ , устанавливается в ноль. Эти ячейки маркируются как «определённые». Соседние с ними ячейки в Манхэттенской метрике (без учёта диагональных соседей) являются «граничными», и для каждой из них с помощью (8) определяется  $T$ .

*Основной цикл выполнения* — в каждой итерации выполняется решение уравнения Эйконала в форме (8) для ячеек Манхэттенской метрики, которые принадлежат множеству «граничных» ячеек. В последующем эти ячейки маркируются как «определённые» и сортируются в виде

упорядоченного списка по значениям возрастания времени  $T$  (первые ячейки имеют меньшие времена).

*Окончание работы алгоритма* — алгоритм заканчивает свою работу, когда все ячейки имеют маркер «определённые».

Рисунок 2 дает графическое представление процесса с одним источником в однородном потенциальном поле.

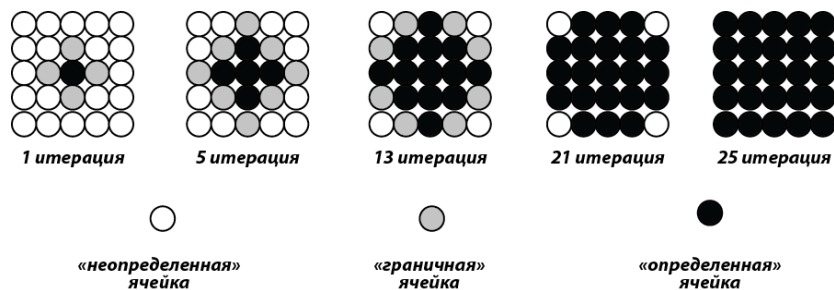


Рис. 2. Итерации FMM алгоритма на дискретной 2d структуре 5X5

Для практического применения алгоритма FMM необходимо сформировать потенциальное поле (в другой терминологии — весовую карту) рассматриваемой области.

В контексте рассматриваемой задачи весовая карта представляет собой изображение в градациях серого цвета, где каждый оттенок серого цвета однозначно определяет затраты на прокладку единицы кабеля в данной точке.

Например, рисунок 3 представляет собой карту зоны ответственности распределительной трансформаторной подстанции (ТП). Маркер ромба указывает на координаты ВРУ, а маркер звезды — на предполагаемое расположение ТП, определённое как центр нагрузок в соответствии с [5].

Затраты на прокладку кабеля в пределах представленной зоны имеют разные значения в различных точках. Кроме того, на отдельных участках прокладка кабеля невозможна с точки зрения градостроительных критериев и в силу ограничений, связанных с Правилами устройства электроустановок [3].

С точки зрения затрат на прокладку кабеля рассматриваемую область можно представить, как показано на рисунке 4.

Данное изображение представлено в градациях серого цвета, где наиболее предпочтительные участки для прокладки кабеля имеют более светлые оттенки. Недоступные для прокладки кабеля участки помечены черным цветом.

Примем координаты ВРУ за источники в алгоритме FMM и поочередно обрабатываем рассматриваемую область. В результате получим набор изображений карт геодезических дистанций для каждой нагрузки. Из полученного набора сформируем кумулятивную матрицу геодезических дистанций  $D_G^{cl}$  (КМГД).

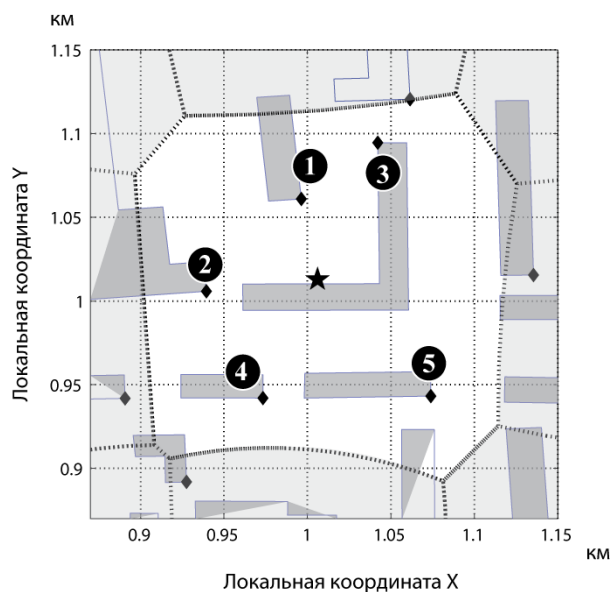


Рис. 3. Зона ответственности городской ТП 10(6)/0.4 кВ

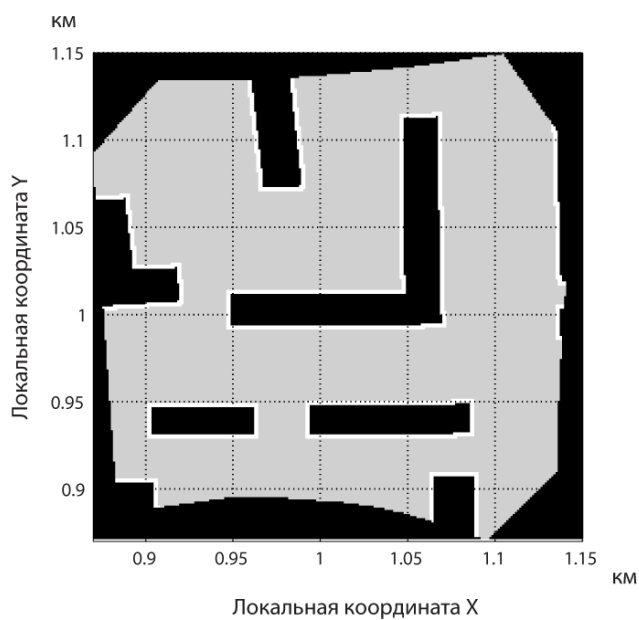


Рис. 4. Маркировка зоны ответственности городской ТП 10(6)/0.4 кВ

Рисунок 5 служит иллюстрацией предложенного подхода.

На рисунке 5 маркером «звезда» помечена точка минимума КМГД. Первоначально предполагаемое месторасположение ТП, для сравнения, отмечено символом «гексагона».

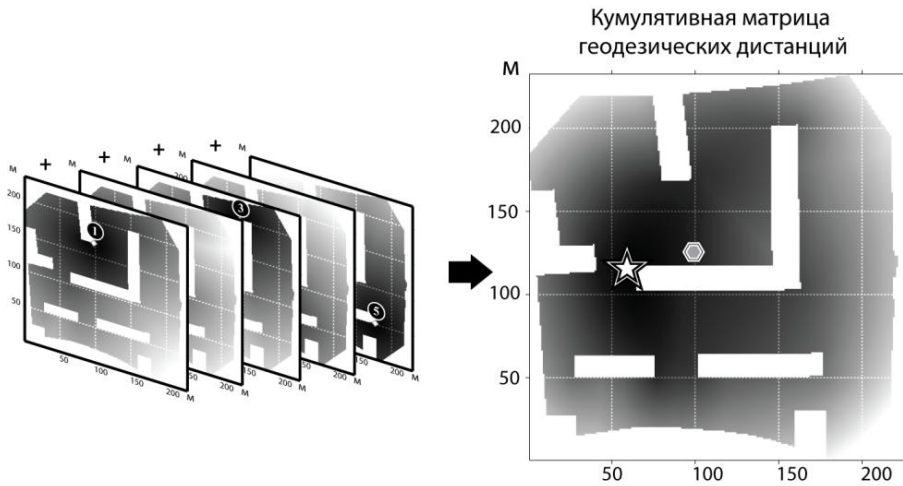


Рис. 5. Кумулятивная карта геодезических дистанций

Для определения оптимальных траекторий КЛ, для каждой точки изображения КМГД с помощью фильтра Собеля находятся направления, в которых градиент принимает максимальные значения.

Фильтр Собеля представляет собой две матрицы  $3 \times 3$ , одна определяет  $x$ -проекцию вектора градиента, другая соответственно —  $y$ -проекцию.

Процесс применения фильтра Собеля является операцией свёртки матриц фильтра с КМГД согласно выражениям:

$$\begin{aligned} grad_x &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * D_G^{cl} \\ grad_y &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} * D_G^{cl} \end{aligned} \quad (9)$$

Проекции градиентов определяются для каждой точки КМГД.

Оптимальный путь вычисляется итеративно точка за точкой согласно выражениям:

$$\begin{aligned} mod_i &= \sqrt{grad_{ix}^2 + grad_{iy}^2} \\ alpha_i &= arctg\left(\frac{grad_{iy}}{grad_{ix}}\right) \\ p_{(i+1)x} &= p_{ix} + mod_i \cdot \cos(alpha_i) \\ p_{(i+1)y} &= p_{iy} + mod_i \cdot \sin(alpha_i) \end{aligned} \quad (10)$$

В качестве начальной точки берётся точка, представляющая координаты ВРУ для данной нагрузки. Конечная точка всегда достижима благодаря существованию минимума КМГД.

Оптимальные траектории для прокладки КЛ в рассматриваемом случае представлены на рисунке 6.

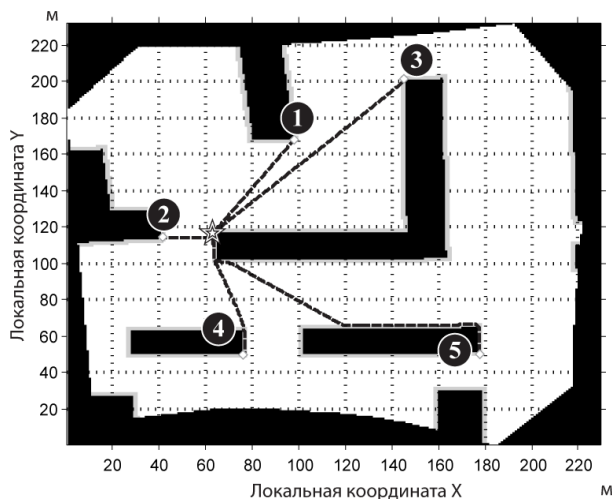


Рис. 6. Оптимальные маршруты КЛ, полученные с помощью FFM алгоритма

В соответствии с принятой практикой [2] предварительно выбранные маршруты КЛ проверяются на критерий падения напряжения. Когда рассматриваемый маршрут не удовлетворяет данный критерий, то берётся большее значение сечения кабеля из номенклатурного ряда. И в дальнейшем процедура итеративно повторяется [1].

#### Заключение

Представленный в данной работе подход позволяет найти оптимальные, с точки зрения технико-экономических критериев, траектории для прокладки КЛ в стеснённых условиях городской застройки. Данное свойство рассматриваемого алгоритма является актуальным в настоящее время, так как различные участки городской территории имеют различные ценовые показатели. Алгоритмы поиска оптимальных маршрутов на основе FMM позволяют учесть региональные особенности областей прокладки КЛ. Хорошее быстроедействие и относительно низкая вычислительная трудоёмкость рассмотренных алгоритмов является потенциальным преимуществом рассмотренных методов в сравнении с другими подходами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев А. П., Афанасьева М. А. Определение оптимальных технико-экономических параметров элементов сетей электроснабжения с использова-



нием инструментария ГИС // Современная техника и технологии. Апрель 2014. № 4 [Электронный ресурс]. URL: <http://technology.snauka.ru/2014/04/3405> (дата обращения: 06.04.2016).

2. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: Межгосударственный стандарт ГОСТ 32144–2013. М.: СтандартИнформ, 2014. 19 с.
3. Правила устройства электроустановок. 6-е и 7-е изд. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. 233 с.
4. Garrido S., Moreno L., Gyme J. V., Lima P. U. General Path Planning Methodology for Leader-Followers based Robot Formations. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Accepted. 2012.
5. Gyme J. V., Arismendi C., Garrido S., Moreno L. On Path Planning: Adaptation to the Environment using Fast Marching. In *IEEE Conference on Evolving and Adaptive Intelligent Systems*. 2012. Pp. 74–79.

\* \* \*

**Afanasev Alexandr P., Afanaseva Maria A.**  
**DETERMINATION OF OPTIMAL ROUTING CABLE LINES  
FOR URBAN ELECTRIC LOW VOLTAGE POWER SYSTEM**  
(Sholom-Alechey Priamursky State University, Birobidzhan)

This article discusses the issue of determining the optimal technical and economic routes for the cable lines, taking into account the specifics of the area pad. The working tool is proposed to use an algorithm Fast marching method (FMM), having certain advantages over other approaches.

*Keywords:* urban electric system, cable routing, fast marching method, optimization, computer geometry.

REFERENCES

1. Afanasyev A. P., Afanasyeva M. A. Determination of the optimal technical and economic parameters of the elements of power networks using GIS tools [Opredelenie optimal'nykh tekhniko-ekonomicheskikh parametrov elementov setey elektrosnabzheniya s ispol'zovaniem instrumentariya GIS], *Sovremennaya tekhnika i tekhnologii*, April 2014, no. 4, Available at: <http://technology.snauka.ru/2014/04/3405>.
2. Norms of quality of electric energy in power systems, general purpose: Interstate standard GOST 32144. 2013, Moscow, 2014. 19 p. (In Russ.).
3. Rules of electrical devices, 6 and 7 editions. Novosibirsk, 2007. 233 p. (In Russ.).
4. Garrido S., Moreno L., Gyme J. V., Lima P. U. General Path Planning Methodology for Leader-Followers based Robot Formations, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Accepted, 2012.
5. Gyme J. V., Arismendi C., Garrido S., Moreno L. On Path Planning: Adaptation to the Environment using Fast Marching, In *IEEE Conference on Evolving and Adaptive Intelligent Systems*, 2012, pp. 74–79.

\* \* \*