

УДК 621.18

В. С. Логинов, А. Т. Парпиев**НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ РЕЖИМЫ
ПОЛОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА
И ПАРОПЕРЕГРЕВАТЕЛЯ В ПАРОГЕНЕРАТОРЕ**

В данной работе рассмотрена возможность применения метода конечных разностей для решения нестационарных уравнений теплопроводности. С этой целью рассчитаны температурные режимы полого цилиндра с наличием внутренних источников теплоты и при их отсутствии. Для этого использованы метод конечных разностей и аналитический способ. Произведен анализ полученных в ходе расчета результатов и сделаны соответствующие выводы.

Ключевые слова: нестационарный режим, теплопроводность, парогенератор, пароперегреватель.

V.S. Loginov, A.T. Parpiev
**UNSTEADY TEMPERATURE CONDITIONS OF THE HOLLOW CYLINDRICAL
ACTIVE ELEMENT AND STEAM GENERATOR IN THE SUPERHEATER**
(National research Tomsk polytechnic university)

In this work possibility of application of finite difference method for solution of non-stationary heat conduction equations is considered. For this purpose temperature conditions of hollow cylinder with internal sources of heat and without them are defined. Thereto finite difference method and analytic method are used. Analysis of the results, got in the course of computation, has been made.

Key words: A Nonstationary mode, thermal conductivity, steam generator, steam superheater.

В целях проверки применимости программы для решения нестационарных уравнений методом конечных разностей, изложенной в [1], вычислим с ее помощью две тестовые, известные задачи теплопроводности. Проанализируем полученные результаты и сравним их с результатами расчета других авторов. На основе анализа и сравнения результатов можно сделать вывод о применимости данной программы при решении подобных задач.

На начальном этапе рассматривается *первая тестовая задача*, включающая нестационарное уравнение теплопроводности, для

Логинов Владимир Степанович — доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и промышленной теплотехники (Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск) e-mail: azatparpiev@mail.ru

Парпиев Азат Тукаевич — магистрант кафедры теоретической и промышленной теплотехники (Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск) e-mail: azatparpiev@mail.ru

© Логинов В.С., Парпиев А.Т., 2013

полого цилиндра с внутренними источниками теплоты. Для определения температур на внешних границах тепловыделяющего цилиндра конечных размеров используются граничные условия третьего рода. Теплофизические свойства материала и окружающей среды принимаются постоянными величинами, и они известны. Исходные данные приведены в табл. 1 [1].

Таблица 1

Обозначение	Характеристика	Значение
r_1	Внутренний радиус цилиндрической стенки	0,076 м
r_2	Внешний радиус цилиндрической стенки	0,0828 м
λ	Коэффициент теплопроводности цилиндрической стенки	1,56 Вт/(м·°С)
$C_p \rho$	Теплоемкость и плотность цилиндрической стенки	$1,44 \cdot 10^6$ Дж/(м ³ ·°С)
q_{vo}	Объемная производительность внутренних источников тепла	$3 \cdot 10^5$ Вт/м ³
a_2	Коэффициенты теплоотдачи окружающей среды на левой границе цилиндра	10 Вт/(м ² ·°С)
t	Время нагрева	4000 с
T_c	Температура окружающей среды	30,5°С
T_n	Начальное распределение температур цилиндрической стенки	30,5°С
M	Количество узлов относительно координаты r	8
τ	Шаг по временной координате	2 с

Вторая тестовая задача состоит из нестационарного уравнения теплопроводности для цилиндрической стенки трубы пароперегревателя парогенератора. Внутренние источники теплоты в стенке трубы отсутствуют. Для расчета данной задачи также применяются граничные условия третьего рода. Теплофизические свойства материала и омывающих сред принимаются постоянными, но различными величинами. Исходные данные приведены в табл. 2 [2].

Аппроксимация нестационарного уравнения теплопроводности проводится по неявной схеме, преимуществом которой является увеличение точности расчета за счет малых значений шага по времени Δt при приближенных решениях [1], [4]. Для решения полученного в результате аппроксимации алгебраического уравнения используется метод конечных разностей, а именно метод прогонки. Основными достоинствами данного метода является малое число арифметических действий для ее реализации (экономичность) и слабая чувствительность к вычислительным погрешностям (абсолютная устойчивость). На первом этапе расчета

методом прогонки определяются прогоночные коэффициенты (обратная прогонка), а на втором рассчитываются температуры (прямая прогонка) [5].

Алгоритм расчета известен [1].

Таблица 2

Обозначение	Характеристика	Значение
r_1	Внутренний радиус цилиндрической стенки	0,014 м
r_2	Внешний радиус цилиндрической стенки	0,016 м
λ	Коэффициент теплопроводности цилиндрической стенки	21.2 Вт/(м·°С)
$C_p \rho$	Удельная объемная теплоемкость цилиндрической стенки	$4.022 \cdot 10^6$ Дж/(м ³ ·°С)
a_1	Коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности цилиндрической стенки к пару	2530 Вт/(м ² ·°С)
a_2	Коэффициент теплоотдачи от дымовых газов к внешней поверхности цилиндрической стенки	103.7 Вт/(м ² ·°С)
t	Время нагрева	4000 с
T_{c1}	Температура пара	410°С
T_{c2}	Температура дымовых газов	982°С
T_n	Начальное распределение температур цилиндрической стенки	30,5°С
M	Количество узлов относительно координаты r	8
τ	Шаг по временной координате	2 с

Физико-математическая модель цилиндрической стенки с внутренними источниками теплоты и при их отсутствии

Для решения первой тестовой задачи применяется физико-математическая модель, представленная ниже:

$$\begin{aligned}
 C_p \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q_{vo}}{\lambda} \\
 \tau &= 0; \quad T = T_n; \\
 r = r_1; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= \alpha_1 (T_c - T_{cp}); \\
 r = r_2; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= \alpha_2 (T_c - T_{cp})
 \end{aligned} \tag{1}$$

где T_{cp} – температура на граничной поверхности цилиндрической стенки, °С.

При решении второй задачи применяется физико-математическая модель следующего вида:

$$\begin{aligned}
C_p \rho \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \\
\tau &= 0; \quad T = T_n; \\
r = r_1; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= \alpha_1 (T_c - T_{cp}); \\
r = r_2; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= \alpha_2 (T_c - T_{cp})
\end{aligned} \tag{2}$$

В целях проверки правильности результатов определяется температура внутренней и наружной поверхности цилиндрической стенки при стационарном режиме с использованием аналитических методов расчета, приводимых в [2] и [3]. Проверка производится как для первой, так и для второй тестовых задач. Для определения внутренней, наружной и максимальной температур поверхности цилиндрической стенки с внутренними источниками тепла используется следующая система уравнений [3]:

$$\begin{aligned}
r_o &= \sqrt{\frac{\frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln(r_2/r_1)} + \frac{q_{vo}(\alpha_2 r_2 r_1^2 + \alpha_1 r_1 r_2^2)}{2\alpha_1 r_1 \alpha_2 r_2}}{1 + \frac{q_{vo}(\alpha_2 r_2 + \alpha_1 r_1)}{2\alpha_1 r_1 \alpha_2 r_2}}}; \\
q_{l2} &= q_{vo} \pi (r_2^2 - r_o^2); \\
q_{l1} &= q_{vo} \pi (r_o^2 - r_1^2); \\
T_{cm2} &= T_c + q_{l2} / 2\pi \alpha_2 r_2; \\
T_{cm1} &= T_c + q_{l1} / 2\pi \alpha_1 r_1; \\
T_o &= T_{cm1} + \frac{q_{vo} r_o^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_1}{r_o} \right)^2 + 2 \ln \frac{r_o}{r_1} - 1 \right]
\end{aligned} \tag{3}$$

где r_o — радиус цилиндрической стенки, соответствующий максимальной температуре, м; q_{l2} — линейная плотность теплового потока на наружной поверхности цилиндрической стенки, Вт/м; q_{l1} — линейная плотность теплового потока на внутренней поверхности цилиндрической стенки, Вт/м; T_{cm2} — температура наружной поверхности цилиндрической стенки, °С; T_{cm1} — температура внутренней поверхности цилиндрической стенки, °С; T_o — максимальная температура цилиндрической стенки, °С.

Температуры наружной и внутренней поверхности стенки трубы пароперегревателя определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2}; \\T_{cm1} &= T_{c1} - \frac{k}{\alpha_1}(T_{c1} - T_{c2}); \\T_{cm2} &= T_{c2} + \frac{k}{\alpha_2}(T_{c1} - T_{c2})\end{aligned}\quad (4)$$

где k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·°С); δ – толщина цилиндрической стенки, м.

Анализ результатов

В ходе решения *первой* и *второй тестовых задач* были получены результаты, представленные на рис. 1 и 2.

Проанализируем полученные результаты.

На рис. 1 приводится зависимость температуры цилиндрической стенки с внутренними источниками теплоты от радиуса в различные моменты времени (200–4000 с). Нетрудно заметить, что температурное поле симметрично относительно оси r . При этом максимальные температуры находятся в середине, а минимальные – на внешней и внутренней поверхности (рис. 1). Данное расположение температур обусловлено равномерным распределением источников теплоты по всему объему цилиндрической стенки, равенством коэффициентов теплоотдачи как с наружной, так и с внутренней стороны, а также равенством температуры окружающей среды. Вследствие перечисленных условий происходит равномерное нагревание цилиндрической стенки, а теплота отводится с одинаковой интенсивностью как с внешней, так и с внутренней стороны.

Рассмотрим полученные распределения температур по радиусу цилиндрической стенки пароперегревателя в различные моменты времени (рис. 2). В начальные моменты времени ($t = 10$ с) максимальные температуры находятся на внешней и внутренней поверхности стенки, а минимальная температура – в середине. С увеличением времени происходит смещение минимальной температуры к внутренней поверхности ($t = 20 - 60$ с), в то время как максимальная температура остается на внешней поверхности.

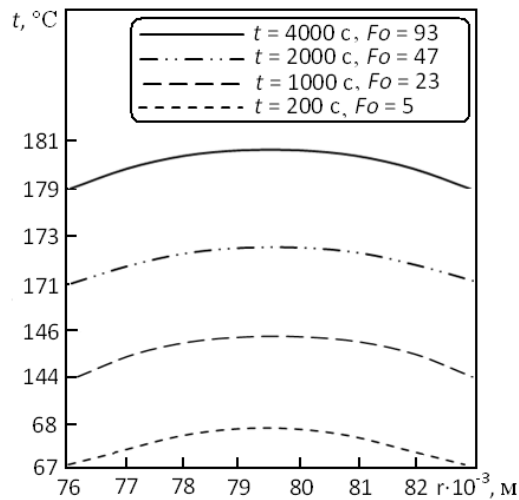


Рис. 1. Распределение температуры в цилиндрической стенке с внутренними источниками теплоты при ее нагреве в различные моменты времени ($Bi = 0,04$)

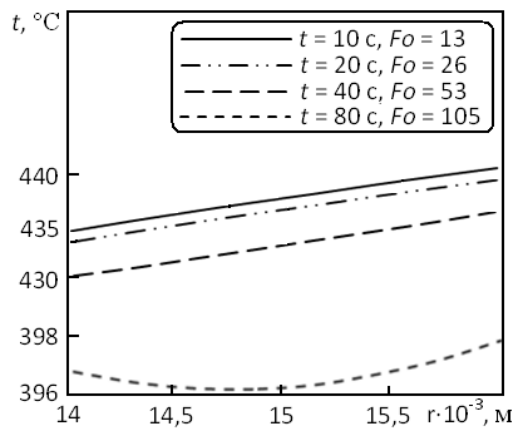


Рис. 2. Распределение температуры в цилиндрической стенке без внутренних источников теплоты при ее нагреве в различные моменты времени ($Bi = 0,2$)

Данную закономерность распределения температур можно пояснить следующим образом. Начальное распределение температур в цилиндрической стенке без внутренних источников теплоты меньше температуры омывающих ее сред, что и обуславливает вид кривой для распределения температур при $t = 10$ с. В процессе нагрева температура в каждой точке будет стремиться к температуре нагревающей среды. С увеличением времени раз-

ность температур стенки и нагревающей среды будет уменьшаться и достигнет ее минимального значения. Т.е. в начальный момент времени часть теплоты, передаваемая от дымовых газов к пару через разделяющую их стенку, уходит на изменение внутренней энергии самой стенки (10–20 с). Далее доля количества теплоты, затрачиваемая на изменение внутренней энергии, уменьшается (20–40 с). И только после установления стационарного режима вся теплота передается через стенку к пару (60 с).

Также при анализе рис. 1 и рис. 2 нетрудно заметить, что в начальные моменты времени происходит интенсивное увеличение температур по радиусу цилиндрической стенки как с внутренними источниками теплоты, так и без них. Далее с увеличением времени происходит постепенное снижение темпа роста температур и в определенный момент времени устанавливается стационарный режим. Данная тенденция температурного поля обусловлена постоянством теплофизических свойств материала стенки и сред, омывающих ее с внутренней и внешней стороны.

Ниже представлены две таблицы для сравнения расчетных результатов, полученных методом конечных разностей и аналитическим методом.

Таблица 3

Полый цилиндр с внутренними источниками теплоты

Максимальная температура стенки, °С		Температура на внешней и внутренней поверхностях, °С		Погрешность, %
<i>Метод конечных разностей</i>	<i>Аналитический метод</i>	<i>Метод конечных разностей</i>	<i>Аналитический метод</i>	
181	180	179	178	0,5

Таблица 4

Цилиндрическая стенка трубы пароперегревателя парогенератора

Максимальная температура стенки, °С		Температура на внешней и внутренней поверхностях, °С		Погрешность, %
<i>Метод конечных разностей</i>	<i>Аналитический метод</i>	<i>Метод конечных разностей</i>	<i>Аналитический метод</i>	
440	436	436	432	0,9

Выводы

В результате проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Установление стационарного режима при нагреве цилиндрической стенки с внутренними источниками тепла при постоянных теплофизических свойствах материала и омывающих сред

происходит за относительно большой промежуток времени, составляющий 4000 с. При этом числа Био и Фурье равны 0,04 и 93 соответственно.

2. Установление стационарного режима при нагреве цилиндрической стенки трубы пароперегревателя без внутренних источников теплоты при постоянных теплофизических свойствах материала и омывающих сред происходит за относительно небольшой промежуток времени, равный 60 с. При этом числа Био и Фурье равны 0,1 и 80 соответственно.

3. На основании расчетных значений температур, полученных при решении *первой* и *второй* тестовых задач, погрешность расчетов между точным аналитическим решением и по методу конечных разностей (неявная схема) не превышает 1 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорохов А.Р., Заворин А.С., Казанов А.М., Логинов В.С. Моделирование тепловыделяющих систем: учебное пособие. Томск: Изд-во НТЛ, 2000. 234 с.
2. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче: учеб. пособие для вузов. 4 изд., перераб. М.: Энергия, 1980. 288 с., ил.
3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоиздат, 1981. 416 с., ил.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
5. Mitchell A. R., Griffiths D. F. The Finite Difference Method in Partial Differential Equations. Chichester-New York-Brisbane-Toronto^ John Wiley & Sons. 1980. XII. 272 p.