

УДК 681.323(075)

Г. И. Бахрушина

ФОРМИРОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ЗАЩИТЕ ВИДЕОПРОДУКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ЦИФРОВЫХ ВОДЯНЫХ ЗНАКОВ

Рассматриваются общие принципы построения базисных функций. Отмечается, что в течение последних десятилетий для более эффективной обработки сигналов стали широко использоваться новые системы функций, такие, например, как кусочно-непрерывные функции Уолша и Хаара и ряд других. Подробно анализируются свойства функций Уолша и Хаара. Предлагается на основе функций Уолша исследовать проблему защиты видеопродукции с помощью цифровых водяных знаков. Приводятся результаты экспериментальных исследований.

Ключевые слова: базисные функции, спектральный анализ, цифровые водяные знаки.

Galina I. Bahrushina. FORMATION AND APPLICATION OF PIECEWISE FUNCTIONS FOR VIDEO PROTECTION WITH DIGITAL WATERMARKS (Pacific National University).

General concepts of basis functions composition are considered. It is noted that during the last decades a new systems of basis functions such, for example, as piecewise Walsh and Haar functions and some others are widely used for more affective signal processing. The properties of Walsh and Haar functions are analyzed in all details. It is proposed on base of Walsh function to research the problem of video protection using digital watermarks. The results of experimental research are given.

Keywords: basis functions, spectral analysis, digital watermark.

Цифровая обработка сигналов — один из важнейших разделов информации. Она находит широкое применение в научных исследованиях, при защите мультимедийных данных, космических исследованиях, медицине, информационных системах, промышленности. Как известно, в основе современных методов обработки сигналов лежит идея их представления в виде разложения по системе экспоненциальных функций, на которой был построен классический спектральный анализ сигналов. Замечательным свойством данного разложения является свойство инвариантности амплитудно-

частотного спектра по отношению к сдвигу сигнала [1]. Указанное свойство может быть использовано, например, при построении алгоритмов распознавания изображений, имеющих произвольные пространственно-угловую ориентацию и масштаб [2], при решении задач защиты мультимедийных данных с помощью цифровых водяных знаков (ЦВЗ), а также задач стеганографии. В то же время в ряде случаев использование экспоненциального базиса может оказаться неэффективным при обработке некоторых классов сигналов.

Так, например, с помощью выполненного на его основе преобразования Фурье невозможно отличить сигналы из двух синусоид с разными частотами, один из которых представляет собой сумму синусоид, второй — следующие друг за другом синусоиды. В обоих случаях их спектр будет выглядеть как два пика на двух фиксированных частотах. Это означает, что преобразование Фурье в своем традиционном виде не приспособлено для анализа нестационарных сигналов, в том числе локализованных на некотором временном интервале, так как теряется информация о временных характеристиках сигнала.

В этой связи в последние десятилетия внимание исследователей стали привлекать новые системы кусочно-непрерывных ортогональных базисных функций, таких как функций Уолша, Хаара, Виленкина-Крестенсона, Виленкина-Понтрягина. К этому следует добавить, что спектральная обработка сигнала, например, в базисах Уолша, Хаара в наибольшей степени удовлетворяет современной элементной базе и тенденциям ее развития. Поэтому вопросы формирования конкретных систем базисных функций в настоящее время занимают особое место. В частности, особый интерес вызывают исследования по разложению сигналов по различным кусочно-постоянным функциям при решении задач по защите мультимедийных данных с помощью ЦВЗ.

Рассмотрим общие принципы построения кусочно-постоянных функций с тем, чтобы перейти к прикладным задачам по их применению.

Система функций Виленкина-Крестенсона (ВКФ) обычно определяется на конечном интервале $N = p^\alpha$. При $p = N$ система ВКФ включает дискретные экспоненциальные функции (ДЭФ).

Аналитически система ВКФ может быть получена с помощью обобщенных функций Радемахера: При $p = 2$ система ВКФ включает функции Уолша

$$\chi(m, x) = \exp\left(-i \frac{2\pi}{p} \text{ent}\left[\frac{x}{p^{\alpha - m}}\right]\right),$$

где $m = 0, 1, \dots, \alpha$; $x = 0, 1, \dots, N - 1$;

p — целочисленная константа;

$\text{ent}[\cdot]$ — целая часть.

Базисную систему ВКФ на интервале $[0, N)$ можно определить через произведение соответствующих обобщенных функций Радемахера:

$$\dot{V}(u, x) = \prod_{m=1}^{\alpha} [\dot{\chi}(m, x)]^{g_m},$$

где u — номер ВКФ, $u = 0, 1, \dots, N - 1$;

g_m — разрядные коэффициенты в p — ичном представлении числа:

$$u = g_1 p^0 + g_2 p^1 + \dots + g_{\alpha} p^{\alpha - 1}.$$

В работах [3] приведены основные свойства системы ВКФ:

1) действительная и мнимая части функций имеют p уровней квантования;

2) матрица преобразования Виленкина–Крестенсона является симметрической, т.е. для ее строк и столбцов справедливо соотношение:

$$\dot{V}(u, x) = \dot{V}(x, u);$$

3) система $\{\dot{V}(u, x)\}$ является периодической системой с периодом:

$$\dot{V}(u, x + N) = \dot{V}(u, x);$$

4) система $\{\dot{V}(u, x)\}$ является полной и ортогональной системой на интервале определения N :

$$\sum_{x=0}^{N-1} \dot{V}(u, x) \dot{V}^*(l, x) = \begin{cases} 0, & u \neq l \\ N, & u = l \end{cases};$$

5) модуль u -й функции $|\dot{V}(u, x)| = 1$, а ее среднее значение при $u \neq 0$ нулю:

$$\sum_{x=0}^{N-1} \dot{V}(u, x) = 0;$$

6) система $\{\dot{V}(u, x)\}$ является мультипликативной, т.е. образует абелеву группу относительно операции умножения:

$$\dot{V}(u, x) \dot{V}(l, x) = \dot{V}(u \oplus_p l, x),$$

где \oplus_p - знак сложение по модулю p ;

7) матрица преобразования Виленкина–Крестенсона унитарна.

Матрицу ВКФ при $p = 3$ и $\alpha = 2$ в системе упорядочения Пэли можно представить в следующем виде:

$$\dot{V}_p = \begin{pmatrix} W_0 & W_0 & W_0 & W_0 & W_0 & W_0 & W_0 & W_0 & W_0 \\ W_0 & W_0 & W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & \dot{W}_2 & \dot{W}_2 \\ W_0 & W_0 & W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_2 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 \\ W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 \\ W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & W_0 & \dot{W}_2 & W_0 & \dot{W}_1 \\ W_0 & \dot{W}_1 & W_2 & \dot{W}_2 & W_0 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & W_0 \\ W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 \\ W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & \dot{W}_1 & W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & W_0 \\ W_0 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & \dot{W}_2 & \dot{W}_1 & W_0 & \dot{W}_1 & W_0 & \dot{W}_2 \end{pmatrix},$$

где $\dot{W}_l = \exp\left(-i \frac{2\pi l}{p}\right)$.

Для $N=9$, $W_0 = 1$, $\dot{W}_1 = -1/2 + i\sqrt{3}/2$, $\dot{W}_2 = -1/2 - i\sqrt{3}/2$.

Таким образом формирование ВКФ может быть реализовано посредством выполнения операций умножения и возведения в степень значений амплитуд, выраженных в комплексной форме, что требует значительных затрат вычислительного времени.

При $p=2$ система ВКФ включает функции Уолша, которая представляет собой составную систему, и по аналогии с составной тригонометрической системой, ее можно представить в виде четной и нечетной системы функций.

Остановимся на некоторых свойствах функций Уолша (независимо от их упорядочения).

1. Функции Уолша принимают только два целочисленных значения: -1 и $+1$, причем

$$wal^2(u, l) = 1 \quad \text{и} \quad |wal(u, l)| = 1$$

где u - номер функции, а l - номер ее отчета $-1/2 \leq l < 1/2$.

2. Любые две функции Уолша на заданном интервале ортогональны. Так, если система определена на интервале $[-1/2, 1/2)$, то:

$$\int_{-1/2}^{1/2} wal(u, l) wal(k, l) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } u \neq k, \\ 1 & \text{при } u = k. \end{cases}$$

3. Функции Уолша являются периодическими функциями с периодом, например, равным 1.

4. Функции Уолша обладают свойством мультипликативности, т.е. произведение любых двух функций Уолша представляет собой также функцию Уолша:

$$wal(u, l) wal(k, l) = wal(u \oplus k, l)$$

Здесь знак \oplus обозначает сложение по модулю значений индексов u и k записанных в двоичной системе.

5. Произведение функции Уолша на саму себя равно $wal(0, l)$, так как в этом случае имеют место только произведения вида $(+1)(+1)$ и $(-1)(-1)$:

$$wal(u, l) wal(u, l) = wal(0, l), \quad u \oplus u = 0.$$

6. Умножение $wal(u, l)$ на $wal(0, l)$ оставляет функцию $wal(u, l)$ без изменения:

$$wal(u, l) wal(0, l) = wal(u, l), \quad u \oplus 0 = u.$$

7. Перемножение функций Уолша ассоциативно, так как имеют место только произведения $+1$ и -1 :

$$[wal(u, l) wal(m, l)] wal(k, l) = wal(u, l) [wal(m, l) wal(l, l)].$$

Спектр дискретного сигнала $s(l)$ может быть определен согласно выражению:

$$W(u) = \sum_{l=0}^{N-1} s(l) wal(u, l), \quad l = 0, 1, \dots, N-1,$$

где N - целое число отчетов сигнала $s(l)$.

Заметим, что в соответствии с этим выражением операция умножения сигнала $s(l)$ на функцию $wal(u, l)$ фактически сводится к возможной смене ее знака, в результате чего значительно сокращается время вычисления спектра по сравнению, например, со случаем, когда для преобразования используется экспоненциальный базис.

При решении ряда практических задач целесообразно использовать такие системы базисных функций, для которых коэффициенты разложения учитывают локальные изменения сигналов. Такого рода системой функций является куочно-непрерывная полная ортогональная система обобщенных функций Хаара (ОФХ), принимающих $p + 1$ комплексных значений. Аналитически данная система функций обычно определяется на интервале $N = p^\alpha$, где p и α целые числа, и может быть получена из обобщенных функций Радемахера с помощью следующего соотношения:

$$H(u, l) = \begin{cases} [\chi(r, l)]^{s_r} & \text{при } x \in [(j-1)p^{\alpha-r+1}, jp^{\alpha-r+1}] \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases},$$

где $l = 0, 1, \dots, N-1$,

$$j = \begin{cases} 1 & \text{при } u < p, \\ u \pmod{p} + 1 & \text{при } u \geq p. \end{cases}$$

В данном выражении r и u - номера обобщенных функций Хаара и Радемахера соответственно, причем:

$$r = \text{ent}[\log_p u] + 1,$$

$$u = g_1 p^0 + g_2 p^1 + \dots + g_\alpha p^{\alpha-1}.$$

Следовательно формирование обобщенных функций Хаара $\{H(u,l)\}$ связано с необходимостью генерирования обобщенных функций Радемахера и возведения в степень их амплитуд, выраженных в комплексной форме, что требует значительных временных затрат.

В результате проведенных исследований было разработано целое семейство базисных функций с локальной областью определения, за которыми закрепилось название вейвлетов от английского слова "wavelet". Разработанное в 80-х годах прошлого века на основе этих функций вейвлет-преобразование находит исключительно широкое применение в различных областях обработки как одномерных, так и двумерных сигналов. С помощью вейвлет-преобразования появляется возможность одновременно извлекать как локальную информацию об анализируемом сигнале, так и глобальную.

Первый простейший тип вейвлета был, по существу, предложен Хааром (Haar) еще в 1909 году. Но наибольший вклад в разработку теоретических основ вейвлет-преобразования внесли Мейер (Meyer), Добеши (Daubechier), Малл (Mallat) и другие известные ученые, опубликовавшие первые теоретические работы в этом направлении [4]. В последнее десятилетие резко активизировался интерес к вейвлет-преобразованию и в России [5; 6].

В качестве примера рассмотрим полную ортонормированную систему функций Хаара. На симметричном отрезке $[-1/2, 1/2)$ первая функция Хаара $har(1,l) \equiv 1$. Вторая функция $har(2,l)$ на том же интервале определяется из условия:

$$har(2,l) = \begin{cases} -\sqrt{2}, & \text{при } l \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right), \\ \sqrt{2}, & \text{при } l \in \left[0, \frac{1}{2}\right). \end{cases}$$

Значения остальных функций Хаара можно вычислить согласно выражению:

$$har(u,l) = \begin{cases} \sqrt{2^m}, & \text{при } l \in \left[\frac{2k - (2 + 2m)}{2^{m+1}}, \frac{2k - (1 + 2m)}{2^{m+1}} \right), \\ -\sqrt{2^m}, & \text{при } l \in \left[\frac{2k - (1 + 2m)}{2^{m+1}}, \frac{2k - 2m}{2^{m+1}} \right), \\ 0, & \text{при } l \in \left[\frac{k - (1 + 2m)}{2^m}, \frac{k - 2m}{2^m} \right). \end{cases}$$

Здесь порядковый номер функции Хаара $u = 2^m + k$, где $k = 1, \dots, 2^m$, $m = 1, 2, \dots$. На рис. 1 представлены первые восемь ортонормированных функций Хаара на интервале $[-1/2, 1/2)$. Заметим, что в отличие от системы функций Уолша, которая состоит только из глобальных функций, система функций Хаара содержит лишь две глобальные функции: $har(1,l)$ и $har(2,l)$, в то время как остальные функции являются локальными. Спектр сигнала в базисе Хаара определяется согласно выражению:

$$H(u) = \sum_{l=0}^{N-1} s(l) har(u,l), \quad l = 0, 1, \dots, N-1.$$

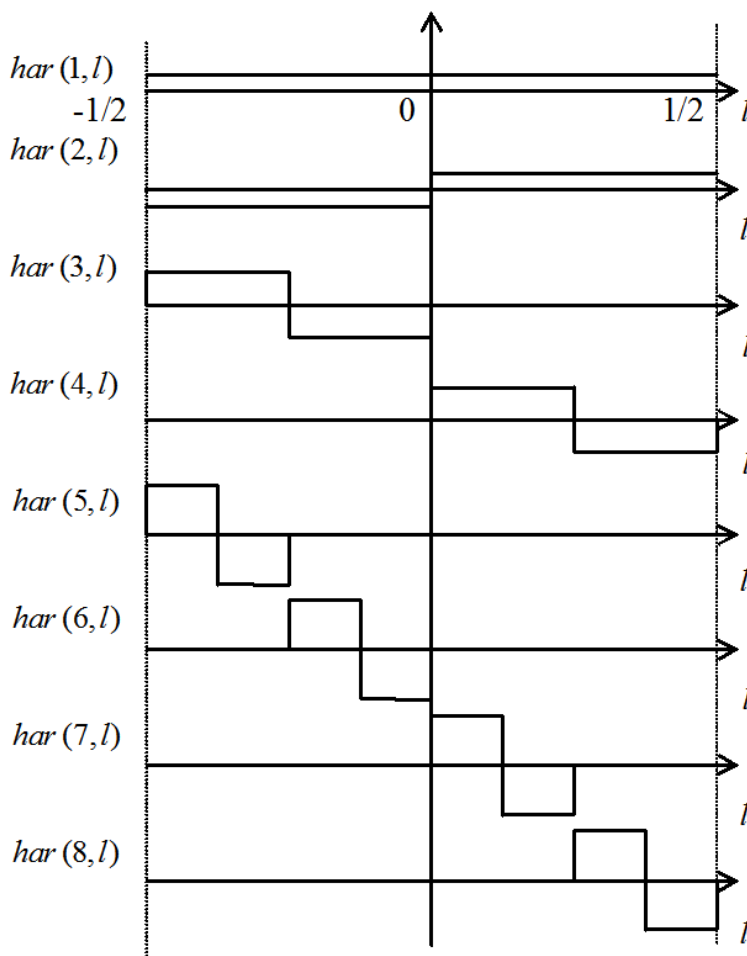


Рис. 1. Система ортогональных базисных функций Хаара

Заметим, что спектр $\{H(u)\}$ помимо частотной информации содержит также структурную информацию о сигнале $s(l)$. Действительно, из рис. 1 видно, что, например, локальные функции $har(5,l)$, $har(6,l)$, $har(7,l)$ и $har(8,l)$ имеют одинаковую частоту, но разное пространственное положение. Поэтому, в зависимости от формы сигнала $s(l)$, каждая из этих функций будет соответствующим образом дифференцировать его отдельные фрагменты.

Это, в частности, означает, что коэффициенты разложения $H(5)$, $H(6)$, $H(7)$ и $H(8)$ могут иметь разные значения, отражая тем самым структурные особенности анализируемого сигнала. Заметим, что чем меньше масштаб очередной последовательности функций Хаара, тем более детализированную информацию об анализируемом сигнале содержит набор коэффициентов $\{H(u)\}$.

В работе [7] приводятся подробные описания двумерных, трехмерных и четырехмерных систем функций Уолша и Хаара как в декартовых, так и в полярных координатах. В этой же работе рассматриваются вопросы по представлению N -мерных систем функций Уолша в сферических и цилиндрических координатах.

Значительный интерес представляют также исследования, связанные с применением дискретных кусочно-линейных базисных функций, полученных в результате интегрирования кусочно-постоянных функций Уолша, Хаара, Виленкина-Крестенсона, Понтрягина. Их применение позволяет существенно расширить класс анализируемых сигналов и повысить точность их аппроксимации.

Дальнейшее повышение точности аппроксимации сигнала может быть достигнуто в результате применения, например, параболических функций Уолша и Хаара. Подробное описание перечисленных систем функций можно найти в работе [8].

Перейдем непосредственно к рассмотрению прикладной задачи по практическому применению кусочно-постоянных базисных функций при защите цифровых фильмов с помощью ЦВЗ, которые в настоящее время широко используются для защиты авторских прав [9]. Предположим, что ЦВЗ внедряется только в некоторые кадры кинофильма, выбор которых производится на основе того или иного критерия [10]. В этом случае целью атаки может стать нарушение синхронизации между процессом внедрения ЦВЗ в последовательность кадров и процессом их извлечения из этих кадров. Действительно, при внедрении ЦВЗ только в выборочные кадры на этапе их извлечения неизбежно возникает проблема поиска именно тех кадров, в которые ЦВЗ были внедрены [11]. В работе [12] предлагается внедрять ЦВЗ

только в те кадры, частотные описания которых соответствуют заданному критерию. Соответственно, поиск кадров, в которые был внедрен ЦВЗ, предлагается производить на основе спектрального анализа каждого кадра. Поэтому преднамеренные или непреднамеренные атаки в виде изъятия некоторого числа кадров, вставки новых кадров или перестановки некоторых кадров в принципе не могут привести к потере синхронизации между процессом внедрения и извлечения ЦВЗ. Очевидно, что в данном случае выбор кадров, в которые должен быть внедрен ЦВЗ, носит непредсказуемый характер. Это означает, что процесс внедрения ЦВЗ производится случайным образом, и поэтому без частотного описания тех кадров, в которые был внедрен ЦВЗ, вероятность их обнаружения практически равна нулю. Из этого следует, что возможная атака в виде попытки изъятия тех кадров, в которые был внедрен ЦВЗ, заведомо обречена на провал.

Очевидно, что в этом случае для практической реализации как предлагаемой стратегии внедрения ЦВЗ в кадры, частотное описание которых отвечает определенному критерию, так и стратегии поиска тех кадров, в которые ЦВЗ был внедрен, необходимо производить спектральный анализ каждого кадра видеоданных. Как уже отмечалось, традиционно такой спектральный анализ выполняется с помощью быстрого двумерного прямого преобразования Фурье с использованием экспоненциальной системы базисных функций. Однако в данном случае при использовании экспоненциального базиса спектральный анализ каждого кадра при частоте их следования 25 кадров в сек. может потребовать существенных затрат времени. Потому проблема оперативной обработки такого большого объема видеоданных становится исключительно актуальной. Для ее решения спектральный анализ каждого кадра в данной работе предлагается производить на основе кусочно-непрерывных функций Уолша, которые позволяет значительно ускорить вычислительный процесс. Действительно, в случае использования базиса Уолша операция умножения двумерного сигнала, представляющего изображение, на любую функцию Уолша фактически сводится к возможной смене его знака, что приводит к значительному сокращению времени вычисления спектра сигнала по сравнению, например, со случаем, когда для преобразования использовался бы экспоненциальный базис.

Вопросы построения алгоритма внедрения ЦВЗ в последовательность видеок кадров с последующим их поиском подробно рассмотрены в работе [12]. Поэтому здесь остановимся только на результатах экспериментальных исследований, которые производились с использованием десяти типовых видеоклипов. Каждый клип состоял из 300 кадров размером 288×352 пикселей, яркость которых лежала в диапазоне от 0 до 255 уровней квантова-

ния. ЦВЗ внедрялись в последовательность кадров, следующих со скоростью 25 кадров в сек. При такой же скорости следования кадров производился поиск видеокадров, в которые были внедрены ЦВЗ.

На рис. 2-а представлен ЦВЗ, который внедрялся в видеокадры тестового клипа “Bus”. На рис. 2-б отображен один из видеокадров клипа “Bus”, в который был внедрен данный ЦВЗ.

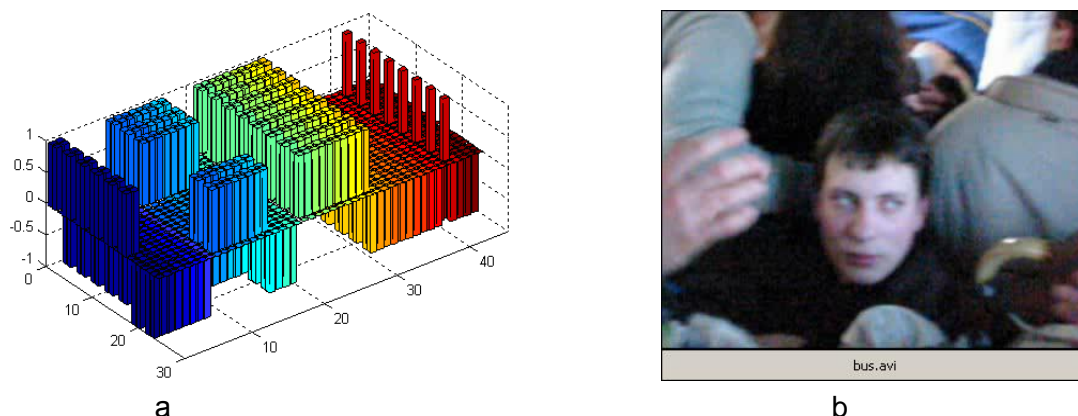


Рис. 2. Слева представлен ЦВЗ, который внедрялся в видеокадры клипа “Bus” и, в частности, в кадр, отображенный справа

Очевидно, что при использовании предложенного метода внедрения и поиска ЦВЗ преднамеренные и непреднамеренные атаки в виде вставки в видеоданные дополнительных кадров или перестановки некоторых кадров в принципе не могут привести к принятию неправильных решений. Поэтому во время экспериментальных исследований тестовые видеоклипы подвергались только атаке в виде удаления некоторых видеокадров. Действительно, эта атака может привести к удалению в том числе кадров, содержащих ЦВЗ. Однако, поскольку ЦВЗ внедрялись в видеоданные с большой избыточностью, то потеря нескольких кадров с внедренными в них ЦВЗ никакого практического значения иметь не может.

В целом нужно отметить, что полученные в результате экспериментальных исследований результаты во многом совпадают с аналогичными результатами, полученными в работе [12]. Поэтому дальнейшие исследования в этом направлении следует выполнять на основе использования базисных функций Хаара, которые учитывают не только частотные характеристики изображения, но и его пространственные особенности. Действительно, спектр, полученный с помощью базиса Хаара, в информативном отношении значительно превосходит спектр, полученный например, в экспоненциальном базисе или базисе Уолша. Это означает, что на основе базиса Хаара появляется возможность проведения более глубокого анализа сигналов с целью получения не только их частотных характеристик, но и структурных.

Литература

1. Розенфельд А. Распознавание образов с помощью вычислительных машин. М.: Мир, 1972. 232 с.
2. Jacobson L., Wechsler H/ A theory for invariant object recognition in the front parallel plane. In IEEE Transactions in pattern analysis and machine intelligence. Vol.Pami-6, No 3, 1994. pp. 325—331.
3. Чеголин П.М., Садыхов Р.Х., Нечаев Н.В. Синтез кусочно-линейных аппроксиматоров в базисе Уолша. Тез. Докл. IV Всесоюз. Симпоз. Киев, 1980. Ч.1. 243 с.
4. Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Pattern Anal. Nd Machine Intell. 1989 vol. 11, no/ 7, pp. 674—693.
5. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Пер. с англ. Под ред. А.П. Петухова. М.: ЗХЛ, 2001. 185 с.
6. Чун К. Введение в вейвлеты. Пер. с англ. Под ред. Я.М. Жилейкина. М.: Мир, 2001. 322 с.
7. Хармут Х. Теория секвентного анализа, основы и применения. М.: Мир, 1980. 356 с.
8. Пойда В.Н. Спектральный анализ в дискретных ортогональных базисах. Минск, Наука и техника, 1978. 292 с.
9. A guide tour of video watermarking / G. Doerr, J.L. Dugelay // Signal processing: Image Commun., vol. 18, no. 4, pp 263—285, 2003.
10. A Novel approach to collusion-resistant video watermarking / K. Su, D. Kundur, D. Hatzinakos // Proc. SPIE Vol. 4675, p. 491—502, 2002.
11. Temporal synchronization in video Watermarking / E. T. Lin, E. J. Delp // IEEE Trans. on Signal Proc., vol. 52, No. 10, pp. 3007—3021, 2004.
12. Бахрушин А. П. Спектральный анализ видеокадров на основе системы импульсных функций с целью синхронизации процессов внедрения и поиска цифровых водяных знаков // Вестник ТОГУ, с. 23—34. 2010. № 1.