

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема»

**ПРОГРАММА И ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

по математике  
для поступающих по направлениям программ ВО

Биробиджан, 2018

# 1. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

## ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Настоящая программа предназначена для абитуриентов, поступающих в ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема», составлена в соответствии со стандартом среднего (полного) общего образования с целью ознакомления с примерными заданиями к вступительному экзамену по математике.

На экзамене по математике поступающий в университет должен показать:

- знание математических определений и теорем, предусмотренных программой средней школы;
- умение пользоваться математическими знаниями в процессе решения задач, точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой.

## ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

*Ниже представлен перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач).*

### Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 10.
3. Рациональные числа, действия над ними.
4. Действительные числа, операции над ними.
5. Числовые выражения. Выражения с переменными. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.
6. Определение арифметического корня, его свойства; определение степени положительного числа с любым показателем степени, свойства степени.
7. Логарифмы, их свойства.
8. Одночлен, многочлен с одной переменной, корень многочлена.
9. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратной, степенной, показательной  $y=a^x$  ( $a>0$ ), логарифмической  $y=\log_a x$  ( $a>0$ ,  $a\neq 1$ ), тригонометрических  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  $y=\operatorname{tg} x$ ,  $y=\operatorname{ctg} x$ .
10. Определение  $\arcsin a$ ,  $\arccos a$ ,  $\operatorname{arctg} a$ ,  $\operatorname{arcctg} a$ , их свойства.

11. Уравнения и неравенства. Множество их решений. Равносильные уравнения и неравенства.

12. Методы решения линейных, квадратных, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств.

13. Модуль числа, его свойства, методы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

14. Системы уравнений и неравенств. Равносильность систем. Решение системы. Множество решений системы. Способы решения.

15. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $N$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $N$  членов геометрической прогрессии. Свойства прогрессий.

16. Формулы тождественных преобразований для тригонометрических функций.

17. Понятие производной, правила дифференцирования, уравнение касательной, понятие углового коэффициента, роль производной в процессе исследования функции и построения ее графика.

18. Определенный и неопределенный интегралы, правила интегрирования, понятие о криволинейной трапеции и алгоритме вычисления площади криволинейной трапеции.

19. Основные понятия теории вероятностей.

## **Геометрия**

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые, свойства и признаки.

2. Треугольник, виды треугольников. Его медиана, высота, биссектриса, средняя линия, их свойства.

3. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, их свойства.

4. Окружность, круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности, сектор.

5. Центральные и вписанные углы.

6. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Выражение стороны правильного многоугольника через радиус описанной около него окружности.

7. Площадь многоугольника. Формулы площадей треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, правильного многоугольника.

8. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
9. Подобие. Признаки подобия треугольников. Подобие многоугольников. Свойство площадей подобных многоугольников.
10. Признаки равенства треугольников.
11. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
12. Параллельность прямой и плоскости.
13. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости.
14. Двугранные углы, их свойства. Перпендикулярность двух плоскостей.
15. Многогранники, их виды, элементы. Прямая и наклонная призмы; пирамида. Правильные призма и пирамида. Параллелепипед, его виды.
16. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Плоскость, касательная к сфере (определение, признак).
17. Формулы для вычисления площади поверхности и объема всех многогранников и тел вращения.
18. Положение центра шара описанного или вписанного в многогранник и круглые тела.
19. Сечение многогранника плоскостью, методы построения сечений.

### **ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ**

*В этом разделе перечислены основные умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.*

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычисления.
2. Производить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени; уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним.
5. Уметь использовать свойства элементарных функций при решении нестандартных задач.
6. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

7. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

8. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении алгебраических и тригонометрических задач.

9. Производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

10. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

11. Уметь применять знания по стереометрии в процессе решения задач.

12. Уметь решать простейшие задачи по нахождению вероятности события.

## **2. ФОРМА И ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА**

Экзамен выявляет уровень знаний абитуриента по математике и возможности его обучения в академии. На выполнение экзаменационной работы дается 3 часа 55 минут (235 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 16 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом; часть 2 содержит задания (задания 13–16) с развернутым ответом. По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1– 12 имеют базовый уровень; задания 13 – 14 – повышенный уровень; задания 15 - 16 относятся к высокому уровню сложности.

При написании работы нельзя пользоваться справочниками, калькуляторами, учебниками, желателно на протяжении всего экзамена не выходить из аудитории.

За недостойное поведение на экзамене абитуриент удаляется из аудитории и более к сдаче экзамена не допускается.

## **3. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

Максимальное количество баллов, которое может набрать абитуриент – 100.

Каждое задание части 1 с 1 по 12 оценивается 5 баллами.

Каждое задание части 2 с 13 по 16 оценивается 10 баллами.

Если дан верный ответ на задание второй части, но отсутствует обоснованное решение этого задания, то оно оценивается 1 баллом.

## **4. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. - 18-е изд. - М.: Просвещение, 2010. - 271с.

2. Алгебра. 8 класс: Учеб. для общеобразоват. уч. / Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. - М.: Просвещение, 2011. - 255с.
3. Алгебра. 8 класс: Учеб. для общеобразоват. уч. / С.М. Никольский и др. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 303с.
4. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций / С.М. Никольский и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2017. - 303с.
5. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / С.М. Никольский и др. - 2-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 335с.
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / С.М. Никольский и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2017. - 431с.
7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни / С.М. Никольский и др. - М.: Просвещение, 2014. - 464с.
8. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Л.С. Атанасян и др. - М.: Просвещение, 2017. - 255с.
9. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений; базовый и профил. уровни / Ю.М. Колягин [и др.]; под ред. А.Б. Жижченко. - М.: Просвещение, 2011. - 368с.
10. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: Учеб. для общеобразоват. уч. с компакт диском / Под ред. А.Н. Колмогорова. - М. : Просвещение, 2011. - 384с.: ил., CD-Rom .
11. Антонов В. И. Элементарная математика для первокурсника : учеб. пособие / Антонов Валерий Иванович ; В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. - СПб. : Лань, 2013. - 102с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература)
12. Боброва В. Т. Графическое решение уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств: учебное пособие / Боброва Валентина Тихоновна; В.Т. Боброва. - Биробиджан: Изд-во ФГБОУ ВПО "ПГУ им. Ш-Алейхема", 2012. - 94с.
13. Геометрия. 7-9 класс: Учеб. для общеобразоват. уч. / Л.С. Атанасян и др. - 5-е изд. - М. : Просвещение, 2015. - 383с. :
14. ЕГЭ: 3000 задач с ответами по математике: Все задания группы В "Закрытый сегмент" / Под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. - М.: Экзамен, 2013. - 542 [2] с. - (Банк заданий ЕГЭ).
15. ЕГЭ-2018: Математика: 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену: профильный уровень / под ред. И.В. Яценко. - Москва: АСТ, 2017. – 61 с.

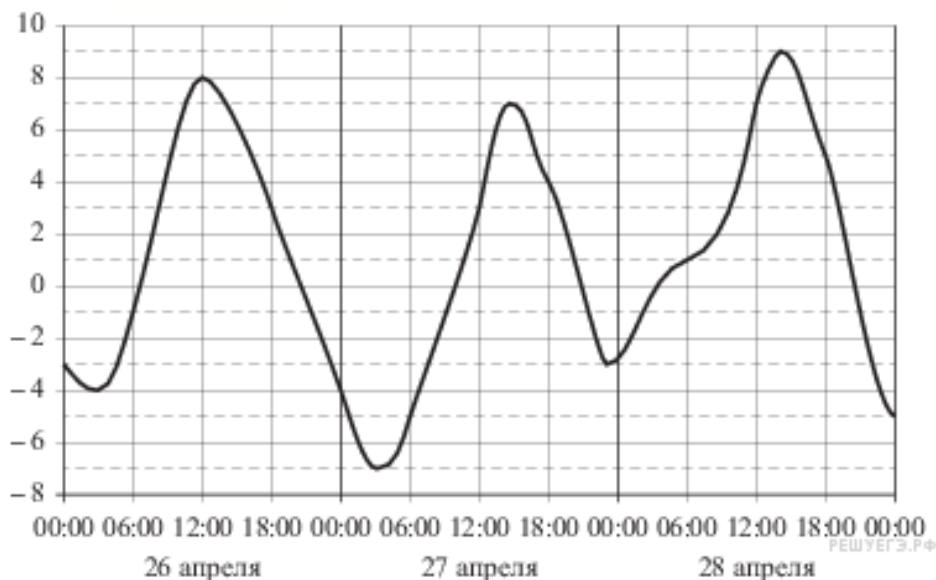
16. Зив Б. Г. Геометрия. Дидактические материалы: 8 класс / Зив Борис Германович; Б.Г.Зив. - М.: Просвещение, 2010. - 159с.
  17. Зив Б. Г. Геометрия. Дидактические материалы: 9 класс / Зив Борис Германович; Б.Г.Зив. - М.: Просвещение, 2011. - 127с.
  18. Иченская М.А. Геометрия. Самостоятельные и контрольные работы. 7-9 классы: учебное пособие для общеобразоват. организаций / М.А. Иченская. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 144с.
  19. Кытманов А. М. Математика. Адаптационный курс: учебное пособие для вузов / Кытманов Александр Мечиславович ; А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, С.Г. Мысливец. - СПб.: Лань, 2013. - 288с. - (Учебники для вузов)
  20. Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями: учеб. пособие / Лисичкин Виктор Тимофеевич ; В.Т. Лисичкин, И.Л. Соловейчик. - СПб.: Лань, 2012. - 464с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература).
  21. Мальцев Д. А. Математика. ЕГЭ 2014. Кн.1 / Д. А. Мальцев; Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. - Ростов н/Д; М.: Мальцев Д.А.; Народное образование, 2014. - 320с. - (Народное образование).
  22. Мальцев Д. А. Математика. ЕГЭ 2014. Книга II / Д. А. Мальцев ; Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. - Ростов н/Д; М.: Мальцев Д.А.; Народное образование, 2014. - 272с. - (Народное образование).
  23. Математика. ЕГЭ - 2013: 30 типовых вариантов заданий для подготовки к единому государственному экзамену / авт.- сост. И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий, А.С. Трепалин. - М.: АСТ; Астрель, 2013. - 160с.
  24. Математика. ЕГЭ - 2013: типовые тестовые задания; 30 вариантов заданий / под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. - М.: Экзамен, 2013. - 216с.: ил. - (Единый государственный экзамен)
  25. Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа: дидакт. материалы. 10 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / М.К. Потапов, А.В. Шевкин. – 10 –е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 159 с.
  26. Сергеев И. Н. 1000 задач с ответами и решениями по математике: Все задания группы С "Закрытый сегмент" / Сергеев Игорь Николаевич; И.Н. Сергеев, В.С. Панфёров. - М.: Экзамен, 2013. - 301с. - (Банк заданий ЕГЭ).
- Информационное обеспечение:**
27. <https://math-ege.sdangia.ru/?redir=1> Образовательный портал по подготовке ЕГЭ «Решу ЕГЭ»
  28. <http://www.mathege.ru> Открытый банк заданий ЕГЭ по математике.
  29. <http://www.fipi.ru/> Федеральный институт педагогических измерений.
  30. <http://www.school.edu.ru/> Российский общеобразовательный портал: основная и полная средняя школа, ЕГЭ, экзамены.

## 5. ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

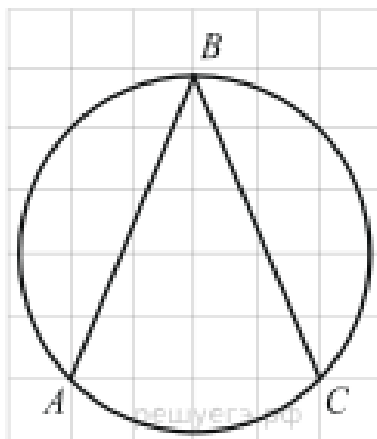
### Часть 1

Ответом к каждому заданию 1 – 12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов для части 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Единицы измерений писать не нужно.

- 1) Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?
- 2) На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

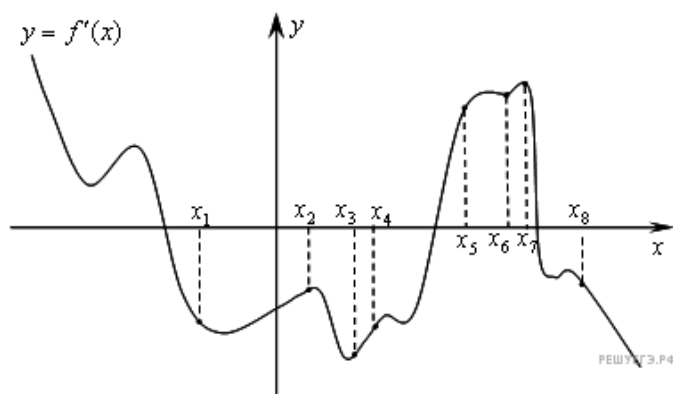


- 3) Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

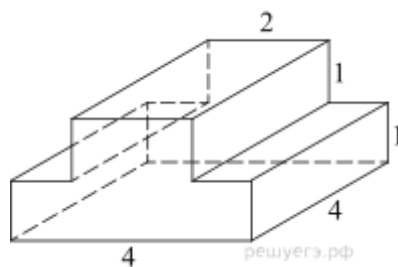




- 4) Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
- 5) Найдите корень уравнения  $6^{2-4x} = 36^{3x}$ .
- 6) Площадь ромба равна 27. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.
- 7) На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?



- 8) Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$\left(-2\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160.$$

- 9) Найдите значение выражения:
- 10) Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Какое время мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров? Ответ дайте в секундах.
- 11) Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.

- 12) Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$ .

### Часть 2

*При выполнении заданий 13 – 16 необходимо предоставить полное обоснование решения, после чего в бланке ответов для части 2 под номером выполняемого Вами задания записать число или выражение, являющееся ответом.*

- 13) Решите уравнение  $\frac{26 \cos^2 x - 23 \cos x + 5}{13 \sin x - 12} = 0$ .
- 14) На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1 E : EA = 2 : 3$ , на ребре  $BB_1$  — точка  $F$  так, что  $B_1 F : FB = 1 : 4$ , а точка  $G$  — середина ребра  $B_1 C_1$ . Известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 10$ .
- а) Докажите, что плоскость  $EFG$  проходит через вершину  $D_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостью  $EFG$  и плоскостью  $BB_1 C_1$ .
- 15) Решите неравенство:  $\left| \log_x \frac{x}{4} \right| \cdot \log_{4x} (2x^2) \leq \left| \log_x \frac{x}{4} \right|$ .
- 16) 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?

## 6. РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

### Бланк ответов для части 1

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
24	-7	45	0,5	0,2	9
<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
5	60	-500	1,6	6	-1

### Бланк ответов для части 2

<b>13</b>	<b>14</b>
$\left\{ \frac{\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, -\arccos \frac{5}{13} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .	$\arccos \sqrt{\frac{2}{11}}$ .
<b>15</b>	<b>16</b>
$\left( \frac{1}{4}; 1 \right) \cup (1; 2] \cup \{4\}$ .	6

### Решения заданий части 1

#### 1) Решение

Чтобы сварить 16 кг вишни, нужно купить  $16 \cdot 1,5 = 24$  кг сахара. Значит, нужно купить 24 упаковки сахара.

Ответ: 24.

#### 2) Решение

Из графика видно, что наименьшая температура воздуха 27 апреля составляла  $-7$  °С.

Ответ: -7.

#### 3) Решение

Угол  $ABC$  опирается на четверть окружности, то есть на дугу  $90^\circ$ . Вписанный угол равен половине дуги, поэтому он равен  $45^\circ$ .

Ответ: 45.

#### 4) Решение

Пусть  $x$  — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда  $1 - x$  — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности имеем:

$$0,6x + 0,7(1 - x) = 0,65 \Leftrightarrow 0,1x = 0,05 \Leftrightarrow x = 0,5.$$

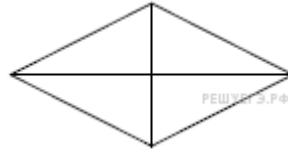
Ответ: 0,5.

#### 5) Решение

Перейдем к одному основанию степени:

$$6^{2-4x} = 36^{3x} \Leftrightarrow 6^{2-4x} = 6^{6x} \Leftrightarrow 2 - 4x = 6x \Leftrightarrow 10x = 2 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

**6) Решение**

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей, следовательно,

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6 = 27,$$

где  $a$  — искомая диагональ. Поэтому  $a = 9$ .

Ответ: 9

**7) Решение**

Убыванию дифференцируемой функции  $f(x)$  соответствуют отрицательные значения её производной. Производная отрицательна в точках  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_8$ : точки лежат ниже оси абсцисс, их ординаты отрицательны. Таких точек 5.

Ответ: 5.

**8) Решение**

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелограммов со сторонами 2, 1, 4 и 4, 4, 1 уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника со сторонами 2, 4:

$$S = 2(4 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 4) + 2(2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4) - 2(2 \cdot 4) = 60.$$

Ответ: 60.

**9) Решение**

Выполним преобразования:

$$\left(-2\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160 = \left(-\frac{22}{8} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160 = -\frac{25 \cdot 160}{8} = -25 \cdot 20 = -500.$$

Ответ: -500.

**10) Решение**

Определим моменты времени, когда мяч находился на высоте ровно 5 метров. Для этого решим уравнение  $h(t) = 5$ :

$$h(t) = 5 \Leftrightarrow 1 + 12t - 5t^2 = 5 \Leftrightarrow 5t^2 - 12t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0,4; \\ t = 2. \end{cases}$$

Проанализируем полученный результат: поскольку по условию задачи мяч брошен снизу вверх, это означает, что в момент времени  $t = 0,4$  (с) мяч находился на высоте 5 метров, двигаясь снизу вверх, а в момент времени  $t = 2$  (с) мяч находился на этой высоте, двигаясь сверху вниз. Поэтому он находился на высоте не менее пяти метров  $2 - 0,4 = 1,6$  секунды.

Ответ: 1,6.

**11) Решение**

Пусть улитка проползла в первый день  $a_1$  метров, во второй —  $a_2$ , ..., в последний —

$a_n$  метров. Тогда  $a_1 + a_n = 11$  м, а за  $n$  дней проползла  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = 5,5n$  метров.

Поскольку всего она проползла 33 метра, имеем:  $5,5n = 33$ , откуда  $n = 6$ . Таким образом, улитка потратила на весь путь 6 дней.

Ответ: 6.

**12) Решение**

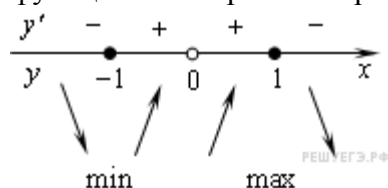
Найдем производную заданной функции:

$$y' = -\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)' = -\left(x + \frac{1}{x}\right)' = -\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{1}{x^2} = \frac{1 - x^2}{x^2}.$$

Найдем нули производной:

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = -1. \end{cases}$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:

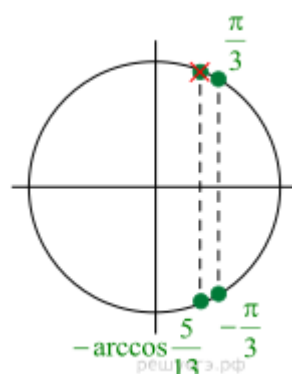


Искомая точка минимума  $x = -1$ .

Ответ:  $-1$ .

## Решения заданий части 2

### 13) Решение



Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю и не теряет смысла. Поэтому данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} 26 \cos^2 x - 23 \cos x + 5 = 0, \\ \sin x \neq \frac{12}{13}. \end{cases}$$

Решив уравнение системы как квадратное относительно  $\cos x$ , находим  $\cos x = \frac{1}{2}$  либо

$\cos x = \frac{5}{13}$ . Если  $\cos x = \frac{1}{2}$ , то  $\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  то есть  $\sin x \neq \frac{12}{13}$ . Следовательно,

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ . Если  $\cos x = \frac{5}{13}$ , то  $\sin x = \pm \frac{12}{13}$ . В этом случае с учетом усло-

вия  $\sin x \neq \frac{12}{13}$  системы получаем, что из двух точек единичной окружности, соответ-

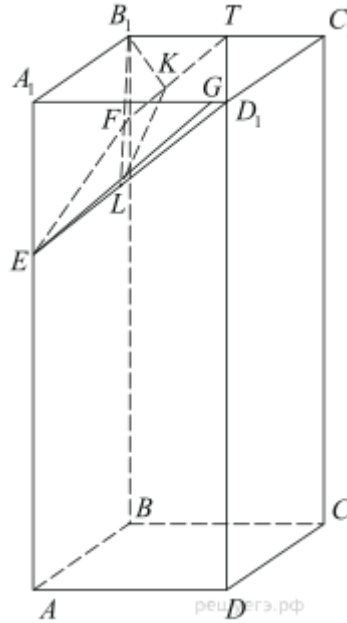
ствующих решениям уравнения  $\cos x = \frac{5}{13}$ , нужно оставить только ту, для которой

$\sin x = -\frac{12}{13}$ . Это точка четвертой четверти, и решение уравнения имеет вид

$$x = -\arccos \frac{5}{13} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ:  $\left\{ \frac{\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, -\arccos \frac{5}{13} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

14) Решение



а) В плоскости  $AA_1D_1$  проведём через точку  $E$  прямую, параллельную  $TF$ . Пусть она пересекает ребро  $A_1D_1$  или его продолжение в точке  $G$ . Плоскость  $EFT$  проходит через точку  $G$ . Треугольник  $EGA_1$  подобен равнобедренному треугольнику  $FTB_1$ , в котором  $FB_1 = B_1T = 2$ . Отсюда  $EA_1 = A_1G = 4$ , значит, точка  $G$  совпадает с точкой  $D_1$ .

б) В плоскости  $BB_1C_1$  из точки  $B_1$  опустим перпендикуляр  $B_1K$  на отрезок  $FT$ . В плоскости  $EFT$  из точки  $K$  проведём перпендикуляр к  $FT$ , который пересекает  $ED_1$  в точке  $L$ . Тогда  $\angle B_1KL$  — угол между плоскостью  $EFT$  и плоскостью  $BB_1C_1$  или смежный с ним. Из равнобедренного треугольника  $FB_1T$

находим

$$B_1K = \frac{FB_1 \cdot B_1T}{FT} = \sqrt{2}.$$

Из равнобедренной трапеции  $EFTD_1$  находим

$$KL = \sqrt{TD_1^2 - \left(\frac{ED_1 - FT}{2}\right)^2} = \sqrt{13 - \left(\frac{4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{11}.$$

Точка  $L$  — середина отрезка  $ED_1$ , поэтому она удалена от сторон  $AA_1$  и  $AD_1$  параллелепипеда на 1. Значит,  $B_1L$  является диагональю параллелепипеда со сторонами 2, 2 и 3. Отсюда

$B_1L = \sqrt{17}$ . Из теоремы косинусов для треугольника  $B_1KL$  находим

$$\cos B_1KL = \frac{B_1K^2 + KL^2 - B_1L^2}{2 \cdot B_1K \cdot KL} = -\sqrt{\frac{2}{11}}.$$

$$\arccos \sqrt{\frac{2}{11}}.$$

Ответ: б)

15) Решение

Областью определения неравенства являются положительные числа, отличные от 0,25 и 1.

Выражение  $\left| \log_x \frac{x}{4} \right|$  либо равно нулю при  $x = 4$ , при этом неравенство верно; либо положительно, и тогда на него можно разделить, не меняя знака неравенства. Имеем:

$$\log_{4x}(2x^2) \leq 1 \Leftrightarrow \log_{4x}(2x^2) \leq \log_{4x} 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0,25, \\ (4x-1)(2x^2-4x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0,25, \\ (4x-1)(x-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x \leq 2.$$

Учитывая, что  $x \neq 1$ , получаем ответ:  $\left(\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; 2] \cup \{4\}$ .

Ответ:  $\left(\frac{1}{4}; 1\right) \cup (1; 2] \cup \{4\}$ .

### 16) Решение

Ясно, что чем больше месячные выплаты, тем быстрее будет выплачен долг. Значит, срок кредита будет минимален в том случае, когда выплаты составляют 220 тыс. рублей. Составим таблицу, в первом столбце которой будем указывать долг на первое число месяца, а во втором — долг в том же месяце, но уже после выплаты. Для упрощения расчётов будем сохранять только два знака после запятой, представляя суммы долга в тыс. рублей.

Месяц	Долг на первое число месяца (тыс. руб)	Долг после выплаты (тыс. руб)
1	1122	902
2	920,04	700,04
3	714,04	494,04
4	503,92	283,92
5	289,60	69,60
6	70,99	0

Заметим, что в последний месяц выплата составит менее 220 тыс. руб. Из таблицы видно, что минимальный срок кредита в условиях задачи составляет 6 месяцев.

Ответ: 6.

Составитель программы:

доцент кафедры  
информационных систем, математики  
и методик обучения, к.т.н

Б.С. Кузьмина