

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема»

ПРОГРАММА И ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

по математике
для поступающих по направлениям программ ВО

Биробиджан, 2021

1. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Настоящая программа предназначена для абитуриентов, поступающих в ФГБОУ ВО «Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема», составлена в соответствии со стандартом среднего (полного) общего образования с целью ознакомления с примерными заданиями к вступительному экзамену по математике.

На экзамене по математике поступающий в университет должен показать:

- знание математических определений и теорем, предусмотренных программой средней школы;
- умение пользоваться математическими знаниями в процессе решения задач, точно и сжато выразить математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой.

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Ниже представлен перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач).

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий наибольший делитель. Общее наименьшее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 10.
3. Рациональные числа, действия над ними.
4. Действительные числа, операции над ними.
5. Числовые выражения. Выражения с переменными. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.
6. Определение арифметического корня, его свойства; определение степени положительного числа с любым показателем степени, свойства степени.
7. Логарифмы, их свойства.
8. Одночлен, многочлен с одной переменной, корень многочлена.
9. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратной, степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических.
10. Определение обратных тригонометрических функций и их свойства.
11. Уравнения и неравенства. Множество их решений. Равносильные уравнения и неравенства.
12. Методы решения линейных, квадратных, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств.
13. Модуль числа, его свойства, методы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.
14. Системы уравнений и неравенств. Равносильность систем. Решение системы. Множество решений системы. Способы решения.

15. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -ого члена и суммы первых N членов арифметической прогрессии. Формула n -ого члена и суммы первых N членов геометрической прогрессии. Свойства прогрессий.

16. Формулы тождественных преобразований для тригонометрических функций.

17. Понятие производной, правила дифференцирования, уравнение касательной, понятие углового коэффициента, роль производной в процессе исследования функции и построения ее графика.

18. Определенный и неопределенный интегралы, правила интегрирования, понятие о криволинейной трапеции и алгоритме вычисления площади криволинейной трапеции.

19. Основные понятия теории вероятностей.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые, свойства и признаки.

2. Треугольник, виды треугольников. Его медиана, высота, биссектриса, средняя линия, их свойства.

3. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, их свойства.

4. Окружность, круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности, сектор.

5. Центральные и вписанные углы.

6. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Выражение стороны правильного многоугольника через радиус описанной около него окружности.

7. Площадь многоугольника. Формулы площадей треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, правильного многоугольника.

8. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.

9. Подобие. Признаки подобия треугольников. Подобие многоугольников. Свойство площадей подобных многоугольников.

10. Признаки равенства треугольников.

11. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

12. Параллельность прямой и плоскости.

13. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность прямой и плоскости.

14. Двугранные углы, их свойства. Перпендикулярность двух плоскостей.

15. Многогранники, их виды, элементы. Прямая и наклонная призмы; пирамида. Правильные призма и пирамида. Параллелепипед, его виды.

16. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Плоскость, касательная к сфере (определение, признак).

17. Формулы для вычисления площади поверхности и объема всех многогранников и тел вращения.

18. Положение центра шара описанного или вписанного в многогранник и круглые тела.

19. Сечение многогранника плоскостью, методы построения сечений.

ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

В этом разделе перечислены основные умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

2. Производить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, логарифмической и тригонометрических функций.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени; уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним.

5. Уметь использовать свойства элементарных функций при решении нестандартных задач.

6. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

7. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

8. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении алгебраических и тригонометрических задач.

9. Производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

10. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

11. Уметь применять знания по стереометрии в процессе решения задач.

12. Уметь решать простейшие задачи по нахождению вероятности события.

2. ФОРМА И ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

Экзамен выявляет уровень знаний абитуриента по математике и возможности его обучения в университете. На выполнение экзаменационной работы дается 3 часа (180 минут). Работа содержит 20 заданий с кратким ответом. Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число, числовой промежуток или последовательность цифр.

При написании работы нельзя пользоваться справочниками, калькуляторами, учебниками.

В тех случаях, когда это необходимо (абитуриенты находятся на территории иностранного государства или в связи с эпидемиологической ситуацией в России и мире), вступительные испытания могут проводиться дистанционно. В этом случае, в соответствии с расписанием экзаменов абитуриенты выходят на видеосвязь посредством Skype с обязательно включенной видеокамерой, получают тестовые материалы в виде документа в формате pdf. В этом случае во время проведения вступительного испытания в помещении с абитуриентом не должны находиться посторонние лица. Если абитуриент во время проведения вступительных испытаний в дистанционной форме нарушает порядок, использует средства связи, пользуется любыми источниками информации и т.д., то его результаты могут быть обнулены.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Каждое задание оценивается 5 баллами.

Максимальное количество баллов, которое может набрать абитуриент – 100.

Минимальное количество баллов, которое необходимо набрать абитуриенту – 39.

4. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра. 8 класс: Учеб. для общеобразоват. уч. / С.М. Никольский и др. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 303с.
2. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций / С.М. Никольский и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2017. – 303 с.
3. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / С.М. Никольский и др. - 2-е изд. - М.: Просвещение, 2016. – 335 с.
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / С.М. Никольский и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2017. – 431 с.
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Л.С. Атанасян и др. - М.: Просвещение, 2017. – 255 с.
6. Геометрия. 7-9 класс: Учеб. для общеобразоват. уч. / Л.С. Атанасян и др. - 5-е изд. - М.: Просвещение, 2015. – 383 с.
7. ЕГЭ-2020. Математика. 30 вариантов. Базовый уровень. Типовые экзаменационные варианты. ФИПИ / Под редакцией И.В. Яценко. – М.: Национальное образование, 2020. – 192 с.
8. ЕГЭ-2020. Математика. 36 вариантов. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. ФИПИ / Под редакцией И.В. Яценко. – М.: Национальное образование, 2020. – 265 с.
9. Иченская М.А. Геометрия. Самостоятельные и контрольные работы. 7-9 классы: учебное пособие для общеобразоват. организаций / М.А. Иченская. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 144с.

10. Мальцев Д. А. Математика. ЕГЭ 2014. Кн.1 / Д. А. Мальцев; Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. - Ростов н/Д; М.: Мальцев Д.А.; Народное образование, 2014. - 320с. - (Народное образование).

11. Мальцев Д. А. Математика. ЕГЭ 2014. Книга II / Д.А. Мальцев; Д.А. Мальцев, А.А. Мальцев, Л.И. Мальцева. - Ростов н/Д; М.: Мальцев Д.А.; Народное образование, 2014. - 272с. - (Народное образование).

12. Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа: дидакт. материалы. 10 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / М.К. Потапов, А.В.Шевкин. – 10 –е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 159 с.

Информационное обеспечение:

13. <https://math-ege.sdamgia.ru/?redir=1> Образовательный портал по подготовке ЕГЭ «Решу ЕГЭ»

14. <http://www.mathege.ru> Открытый банк заданий ЕГЭ по математике.

15. <http://www.fipi.ru/> Федеральный институт педагогических измерений.

16. <http://www.school.edu.ru/> Российский общеобразовательный портал: основная и полная средняя школа, ЕГЭ, экзамены.

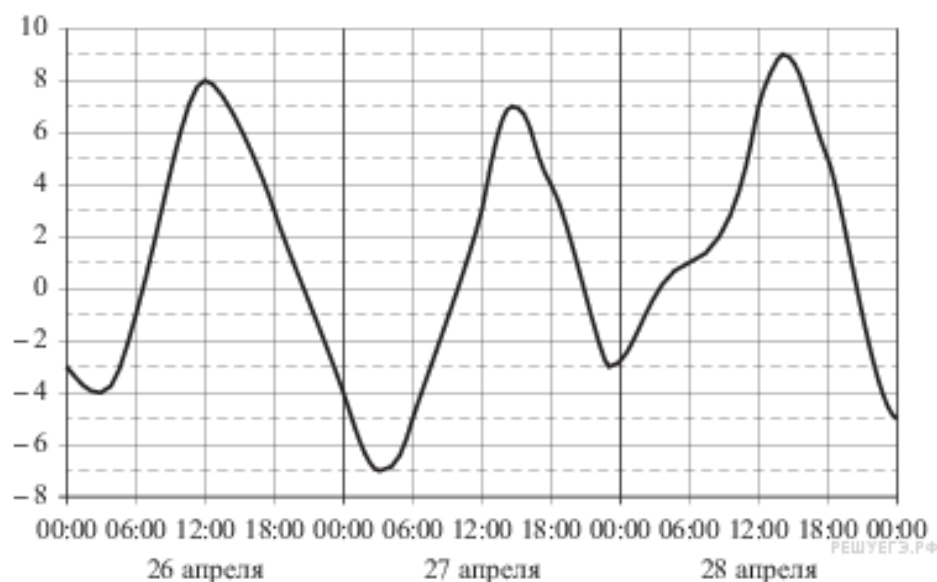
5. ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Ответом к каждому заданию 1 – 20 является конечная десятичная дробь, целое число, числовой промежуток или последовательность цифр. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Единицы измерений писать не нужно.

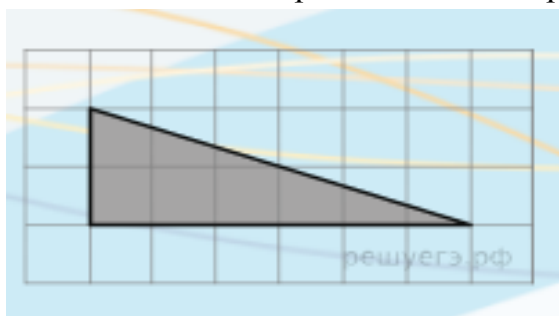
1) Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

2) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

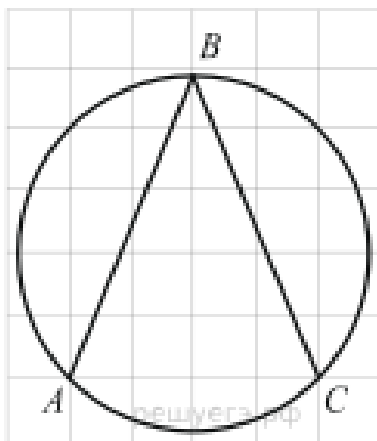
3) На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



4) Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- 5) Найдите величину угла ABC. Ответ дайте в градусах.



6) Firma выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 100 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что купленная сумка этой фирмы окажется без дефектов.

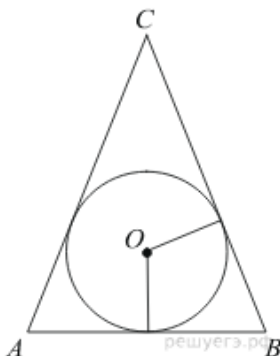
7) Стрелок стреляет по мишени два раза. Вероятность попасть в мишень при каждом выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (хотя бы одним из выстрелов).

8) Найдите корень уравнения $6^{2-4x} = 36^{3x}$.

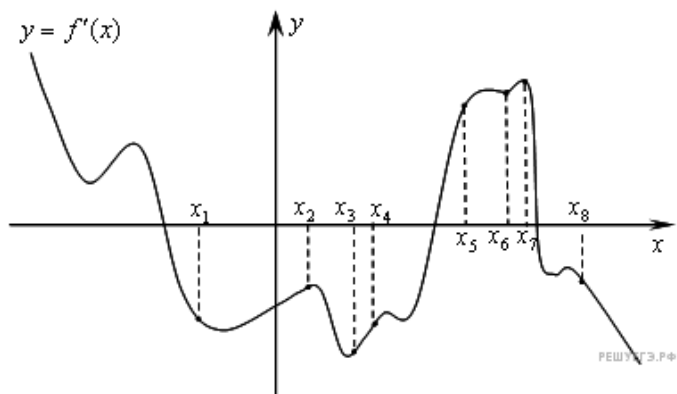
9) Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 7$.

10) Площадь ромба равна 27. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.

11) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найти периметр треугольника.



12) На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и отмечено восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



13) Найдите значение выражения:

$$\frac{a^2 b^{-6}}{(4a)^3 b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} b^{-4}}$$

14) Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Какое время мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров? Ответ дайте в секундах.

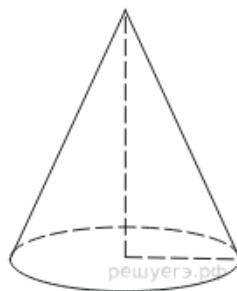
15) Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.

16) Найдите точку минимума функции

$$y = -\frac{x^2 + 1}{x}$$

17) Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объём равен $\sqrt{3}$.

18) Длина окружности основания конуса равна 6, образующая равна 4. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



19) Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

20) 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество

месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?

6. РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Бланк ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Решения заданий

1) Решение

Чтобы сварить 16 кг вишни, нужно купить $16 \cdot 1,5 = 24$ кг сахара. Значит, нужно купить 24 упаковки сахара.

Ответ: 24.

2) Решение

Во время распродажи шампунь станет стоить $160 - 0,25 \cdot 160 = 120$ рублей.

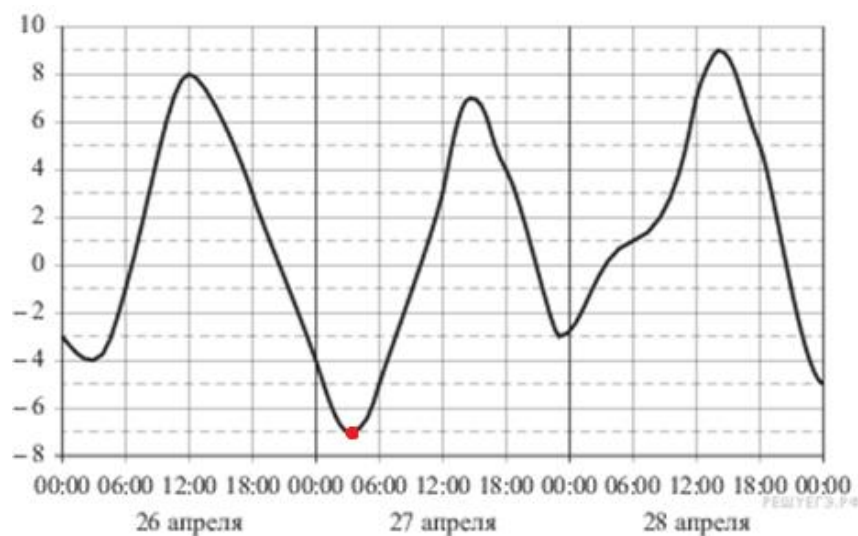
Разделим $\frac{1000}{120} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$

Значит, можно будет купить 8 флаконов шампуня.

Ответ: 8

3) Решение

Находим на графике самую нижнюю точку за 27 апреля.

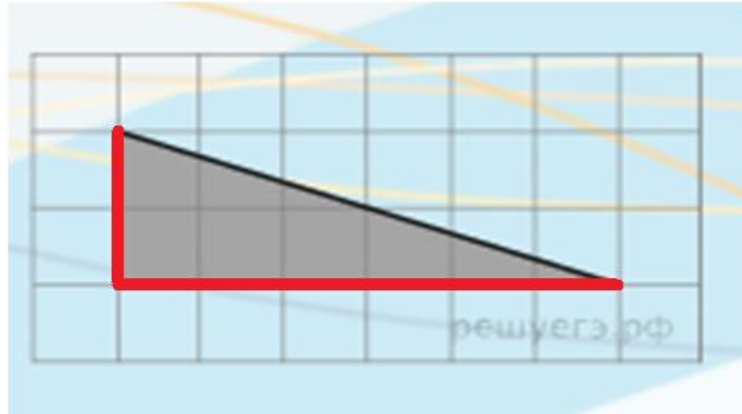


Этой точке соответствует самая низкая температура воздуха за 27 апреля, она составляла -7°C .

Ответ: -7 .

4) Решение

Заданный треугольник является прямоугольным – его площадь равна половине произведения длин его катетов, которые равны 2 и 6 клеточек.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \quad (\text{см}^2)$$

Ответ: 6.

5) Решение

Угол ABC – вписанный и опирается на четверть окружности, то есть на дугу 90° . Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, поэтому он равен 45° .

Ответ: 45.

6) Решение

В среднем без дефектов фирма выпускает 92 сумки из 100, значит вероятность покупки сумки без дефектов равна $\frac{92}{100} = 0,92$.

Ответ: 0,92.

7) Решение

Вероятность попасть при каждом выстреле: 0,6.

Вероятность не попасть при каждом выстреле: $1 - 0,6 = 0,4$.

Вероятность не попасть оба раза: $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.

Вероятность попасть хотя бы раз: $1 - 0,16 = 0,84$.

Ответ: 0,84.

8) Решение

Перейдем к одному основанию степени:

$$6^{2-4x} = 36^{3x} \Leftrightarrow 6^{2-4x} = 6^{6x} \Leftrightarrow 2 - 4x = 6x \Leftrightarrow 10x = 2 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

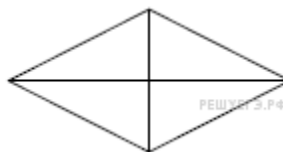
9) Решение

Вспользуемся определением логарифма числа по заданному основанию:

$$\log_2(4 - x) = 7 \Leftrightarrow 4 - x = 2^7 \Leftrightarrow 4 - x = 128 \Leftrightarrow x = -124$$

Ответ: -124.

10) Решение



Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей, следовательно,

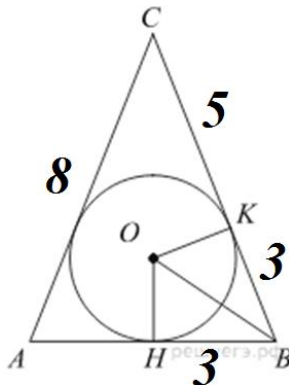
$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6 = 27,$$

где a – искомая диагональ. Поэтому $a = 9$.

Ответ: 9.

11) Решение

Пусть H и K являются точками касания окружности со сторонами AB и CB соответственно. Треугольники NOB и KOB равны, так как являются прямоугольными с общей гипотенузой OB и равными катетами $OK = ON$. Значит, $NB = KB = 3$. Так как заданный треугольник равнобедренный, то $AN = NB = 3$



$$P_{ABC} = AC + CB + AB = 8 + 8 + 6 = 22.$$

Ответ: 22.

12) Решение

Убыванию дифференцируемой функции $f(x)$ соответствуют отрицательные значения её производной. Производная отрицательна в точках x_1, x_2, x_3, x_4, x_8 : точки лежат ниже оси абсцисс, их ординаты отрицательны. Таких точек 5.

Ответ: 5.

13) Решение

Выполним преобразования:

$$\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1}b^{-4}} = \frac{a^2b^2}{64a^3b^6} \cdot \frac{16a^1b^4}{1} = \frac{16a^3b^6}{64a^3b^6} = \frac{16}{64} = 0,25$$

Ответ: .

14) Решение

Определим моменты времени, когда мяч находился на высоте ровно 5 метров. Для этого решим уравнение $h(t) = 5$:

$$1 + 12t - 5t^2 = 5 \Leftrightarrow 5t^2 - 12t + 4 = 0$$

$$t_1 = 0,4 \quad t_2 = 2$$

Проанализируем полученный результат: поскольку по условию задачи мяч брошен снизу вверх, это означает, что в момент времени $t_1 = 0,4$ (с) мяч находился на высоте 5 метров, двигаясь снизу вверх, а в момент времени $t_2 = 2$ (с) мяч находился на этой высоте, двигаясь сверху вниз. Поэтому он находился на высоте не менее пяти метров $2 - 0,4 = 1,6$ секунды.

Ответ: 1,6.

15) Решение

Пусть улитка проползла в первый день a_1 метров, во второй - a_2 , ..., в последний - a_n метров. Тогда $a_1 + a_n = 11$ м, а за все n дней проползла

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 5,5n$$

метров. Поскольку, всего она проползла 33 метра, имеем: $5,5n = 33$, откуда $n = 6$. Таким образом, улитка потратила на весь путь 6 дней.

Ответ: 6.

16) Решение

Найдем производную заданной функции:

$$y' = \left(-\frac{x^2 + 1}{x}\right)' = -\left(x + \frac{1}{x}\right)' = -\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{1}{x^2} = \frac{1 - x^2}{x^2}.$$

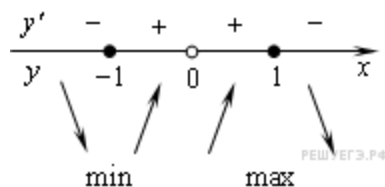
Найдем нули производной:

$$\frac{1 - x^2}{x^2} = 0$$

$$1 - x^2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

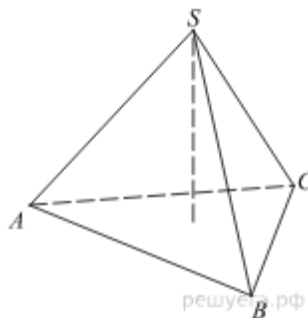
Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Искомая точка минимума $x = -1$.

Ответ: -1.

17) Решение



Объем пирамиды вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3}Sh$, где S – площадь основания, – высота пирамиды.

Площадь равностороннего треугольника в основании пирамиды:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3}.$$

Высота пирамиды: $h = \frac{3V}{S} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$.

Ответ: 3.

18) Решение

Площадь боковой поверхности конуса равна $S = \pi \cdot R \cdot l = \frac{1}{2}C \cdot l$, где $C = 2\pi R$ – длина окружности основания, l – длина образующей:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12.$$

Ответ: 12.

19) Решение

Пусть

v км/ч – скорость первого велосипедиста,

тогда

$v-1$ км/ч – скорость второго велосипедиста.

По условию задачи:

$$\frac{240}{v} + 1 = \frac{240}{v-1} \quad \frac{240+v}{v} = \frac{240}{v-1} \quad (240+v)(v-1) = 240v.$$

Получаем квадратное уравнение:

$$240v - 240 + v^2 - v = 240v$$

$$v^2 - v - 240 = 0$$

$$v_1 = 16, \quad v_2 = -15.$$

По смыслу задачи v не может быть отрицательной, поэтому остаётся $v = 16$ (км/ч).

Ответ: 16.

20) Решение

Ясно, что чем больше месячные выплаты, тем быстрее будет выплачен долг. Значит, срок кредита будет минимален в том случае, когда выплаты составляют 220 тыс. рублей. Составим таблицу, в первом столбце которой будем указывать долг на первое число месяца, а во втором - долг в том же месяце, но уже после выплаты. Для упрощения расчётов будем сохранять только два знака после запятой, представляя суммы долга в тыс. рублей.

Месяц	Долг на первое число месяца (тыс. руб)	Долг после выплаты (тыс. руб)
1	1122	902
2	920,04	700,04
3	714,04	494,04
4	503,92	283,92
5	289,60	69,60
6	70,99	0

Заметим, что в последний месяц выплата составит менее 220 тыс. руб. Из таблицы видно, что минимальный срок кредита в условиях задачи составляет 6 месяцев.

Ответ: 6.

Составитель программы:

доцент кафедры информационных систем,
математики и правовой информатики,
к.ф.-м.н., доцент

Д.А. Кириллова